À l'équilibre thermique et radiatif, le flux surfacique de rayonnement électromagnétique d'origine thermique émis par un corps noir suit la loi de Planck :

$$\mathrm{d}^2\Phi_e = f_T(\lambda)\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}S \quad \text{avec} \quad f_T(\lambda) = \frac{2h\pi c^2}{\lambda^5}\frac{1}{\exp\left(\dfrac{hc}{\lambda k_B T}\right)-1}$$

— $h = 6{,}626\,07 \times 10^{-34}\,\mathrm{m^2\cdot kg\cdot s^{-1}}$ est la constante de Planck
— $k_B = 1{,}380\,65 \times 10^{-23}\,\mathrm{kg\cdot s^{-2}\cdot K^{-1}}$ est la constante de Boltzmann

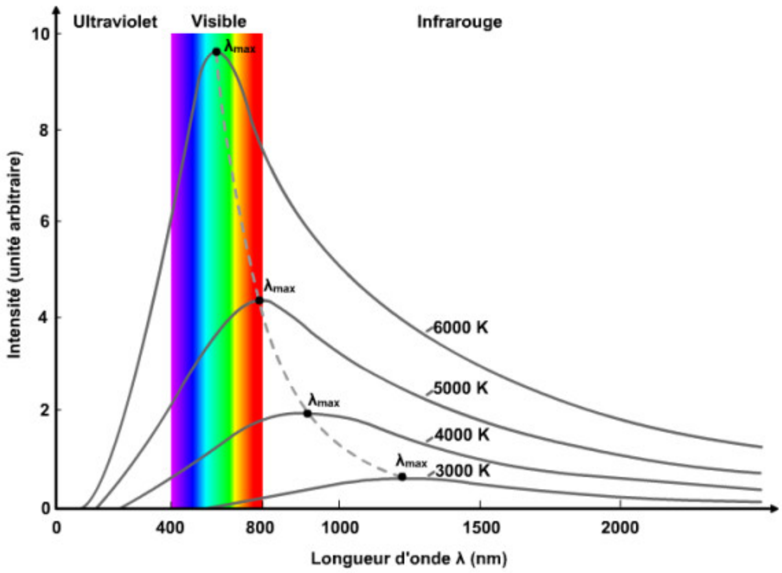

Figure 1 – Rayonnement thermique d'un corps noir

1 Représentation graphique

1. Montrer que, pour une température donnée, la longueur d'onde du maximum d'émission λ_{max} vérifie l'équation :

$$1 - \exp\left(\frac{-hc}{\lambda_{max}k_BT}\right) - \frac{hc}{5\lambda_{max}k_BT} = 0$$

2. Définir une fonction **dplanck** réalisant l'opération $y : x \mapsto 1 - \mathrm{e}^{-x} - \frac{1}{5}x$
3. Représenter graphiquement cette fonction sur l'intervalle $[0, 10]$ (le graphique comportera 1000 points)

On rappelle la loi de Wien :

$$\lambda_{max} = \frac{cte}{T}$$

Dans la suite de ce TP l'objectif est de déterminer par plusieurs méthodes une valeur approchée de la constante présente dans la loi de Wien.

2 Méthode séquentielle sur une liste de données numériques

4. Définir une fonction **maxi** qui prend en argument une liste (ou un array) de valeurs et renvoie la position de la plus grande valeur de la liste. En déduire une valeur x_M dans `x` pour laquelle **dplanck**`(x)` est maximale.
5. Définir une fonction **sequence** qui prend en argument une liste monotone (ou un array) de valeurs et renvoie la position dans la liste à partir de laquelle les valeurs ont franchies le seuil 0. En déduire une valeur x_0 dans `x` pour laquelle **dplanck**`(x)` a franchie 0.
6. Modifier la fonction **sequence** pour optimiser le nombre d'itérations et afficher aussi le nombre d'itérations effectuées pour ce calcul.
7. Déterminer une valeur approchée de la constante qui apparait dans la loi de Wien. Avec quelle précision est-elle obtenue ?

3 Méthode dichotomique

8. Rappeler le principe de la méthode dichotomique pour la recherche d'une solution de l'équation $f(x) = 0$. Quelles sont les conditions à vérifier pour pouvoir appliquer cette méthode ?
9. Définir une fonction **dicho**`(f,a,b,p)` qui prend en arguments :
   - une fonction `f` ;
   - deux bornes d'un intervalle de recherche (`a` et `b`) (`a<b`) ;
   - une précision `p`.

   La fonction **dicho** renvoie la valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[a, b]$ avec une précision p ainsi que le nombre d'itérations nécessaires pour parvenir au résultat.
10. Déterminer une valeur approchée de la constante qui apparait dans la loi de Wien avec la même précision que précédemment. Combien d'itérations sont nécessaires pour aboutir au résultat ? Commenter.

4 Méthode de Newton

11. Rappeler le principe de la méthode de Newton pour la recherche d'une solution de l'équation $f(x) = 0$. Quelles sont les conditions à vérifier pour pouvoir appliquer cette méthode ?
12. Définir une fonction **newton**`(f,df,xi,p)` qui prend en arguments :
   - une fonction `f` et sa dérivée `df` ;
   - Une abscisse de départ `xi` ;
   - une précision `p`.

   La fonction **newton** renvoie la valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = 0$ calculée à partir de x_i avec une précision p ainsi que le nombre d'itérations nécessaires pour parvenir au résultat.
13. Déterminer une valeur approchée de la constante qui apparait dans la loi de Wien avec la même précision que précédemment. Combien d'itérations sont nécessaires pour aboutir au résultat ? Commenter.