

On considère un pendule simple pouvant osciller sans frottement dans le plan vertical constitué d'une masse m suspendue par un fil de longueur $\ell = 1$ m. La position du pendule par rapport à la verticale est repérée par un angle θ . Lorsque les oscillations sont de faible amplitude, la période T des oscillations est donnée en première approximation par la relation :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Dans le cas général, la période des oscillations vérifie :

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta_0} \sqrt{\frac{2}{\cos \theta - \cos \theta_0}} d\theta$$

où θ_0 est l'amplitude des oscillations et g est l'intensité de la pesanteur.

1. Déterminer la période des oscillations pour $\theta_0 = 50^\circ$ en utilisant la méthode de votre choix. Justifier le choix de la méthode.
2. Tracer l'évolution de du rapport $\frac{T}{T_0}$ en fonction de l'amplitude θ_0 en $^\circ$.
Pour convertir les angles dans différentes unités, on peut utiliser les fonctions `numpy.radians` et `numpy.degrees`.
3. Déterminer l'amplitude $\theta_{0,m}$ à partir de laquelle la période des oscillations diffère de plus de 1% de la période calculée dans l'approximation des petites oscillations. Justifier le choix de la méthode employée.

