L'objectif de ce TP est de tracer la trajectoire dans l'espace (0,x,y,z) d'un électron soumis à un champ électrique et à un champ magnétique.

Données :

— masse de l'électron : $m = 1 \times 10^{-30}\,\mathrm{kg}$

— charge de l'électron : $q = -1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$

— champ magnétique : $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_z}$ avec $B = 1\,\mathrm{mT}$

— champ électrique : $\overrightarrow{E} = -E\overrightarrow{e_x}$ avec $E = 100\,\mathrm{V/m}$

— position de l'électron à $t = 0$: (0,0,0)

— vitesse de l'électron à $t = 0$: $(v_{0x},0,v_{0z})$ avec $v_{0x} = v_{0z} = 1 \times 10^{7}\,\mathrm{m/s}$

1. Montrer le mouvement de l'électron vérifie le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\dfrac{qB}{m}\dot{z} + \dfrac{qE}{m} \\ \ddot{y} = \dfrac{qB}{m}\dot{x} \\ \ddot{z} = 0 \end{cases}$$

2. Proposer une grandeur Y qui permette de mettre le système d'équations différentielles précédent sous la forme d'un problème de Cauchy du premier ordre, c'est à dire, une équation différentielle d'ordre 1, de la forme $Y'(t) = f(Y(t),t)$, avec une condition initiale $Y(t=0) = Y_0$ à identifier.
3. Définir une fonction **pbnum** qui traduit ce problème de Cauchy du premier ordre.
4. Rappeler l'implémentation en langage Python de l'algorithme d'Euler qui résout numériquement un problème de Cauchy.
5. Déterminer `Y(t)` où `t` est un ensemble de 1×10^{5} dates comprises en $t_0 = 0$ et $t_f = 1\,\mu\mathrm{s}$
6. Construire trois listes x(t),y(t) et z(t) repérant la position de l'électron au cours du temps.

On souhaite représenter la trajectoire de l'électron en 3 dimensions. Les instructions suivante permettent de tracer un graphe 3D avec Python.

```
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

fig = plt.figure()
ax = fig.gca(projection='3d')
ax.plot(x, y, z, label='trajectoire 3D')
ax.legend()
ax.set_xlabel('x')
ax.set_ylabel('y')
ax.set_zlabel('z')
```

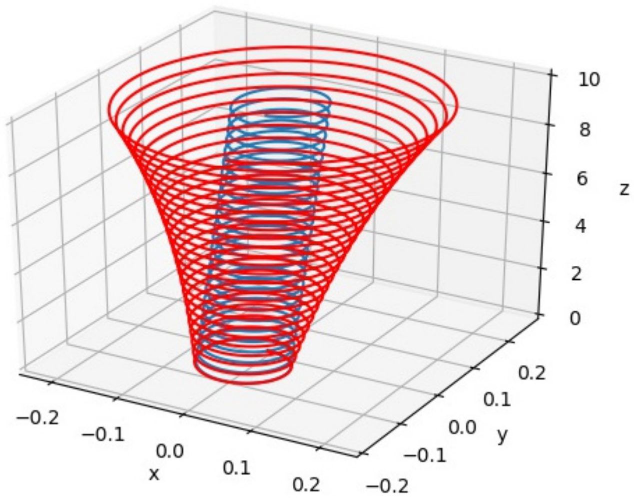

Figure 1 – Exemple de Graphe 3D

7. Tracer la trajectoire de l'électron durant $0{,}1\,\mu\mathrm{s}$ dans un repère 3D (0,x,y,z).
8. Qu'observe - t -on si on multiplie le pas de calcul par 10 ? Justifier les observations.
9. Réaliser les mêmes calculs avec la fonction **odeint** définie dans la bibliothèque `scipy.integrate` et comparer les résultats obtenus en traçant les trajectoires obtenues avec la fonction **euler** et **odeint** sur un même graphe 3D.