

DS N°5

I Délocaliser les centres de données

(D'après Centrale NP 2022)

① PFD sur le satellite dans R_g galiléen

$$m_s \frac{d\vec{v}}{dt} = -G \frac{m_s M_T}{r^2} \vec{u}_r$$

Orbite circulaire $\rightarrow \vec{v} = r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = r \ddot{\theta} \vec{e}_\theta - r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r$$

$\vec{e}_\theta \Rightarrow \ddot{\theta} = 0 \rightarrow \dot{\theta} = \text{cte}$

Donc mouvement uniforme

② PCV $\rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{v^2}{r} \vec{u}_r$

$$-m_s \frac{v^2}{r} = -G \frac{m_s M_T}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G M_T}{R_T + h}}$$

③ AN: $v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 5,97 \cdot 10^{24}}{6,40 \cdot 10^6 + 650 \cdot 10^3}}$

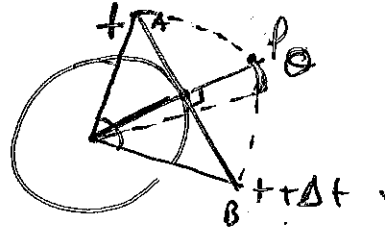
$v = 7,52 \text{ km/s}$

$$T_0 = \frac{2\pi(R_T + h)}{v}$$

$$T_0 = \frac{2\pi(6,40 \cdot 10^6 + 650 \cdot 10^3)}{7,52 \cdot 10^3} = 5890 \text{ s}$$

$T_0 \approx 98 \text{ min}$

④ Soit l la distance parcourue par l'ISS en t min. $l = (R_T + h)\theta$ avec θ l'angle d'ouverture le l'arc de cercle formé.

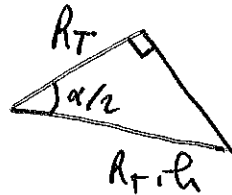


$$v \Delta t = (R_T + h) \theta$$

$$\theta = \frac{7,52 \cdot 10^3 \times 60}{650 \cdot 10^3 + 6,40 \cdot 10^6}$$

$\theta = 0,64 \text{ rad} = 3,6^\circ$ cet angle semble assez faible.

• Sur quelle durée maximale peut-on atteindre la station avec un faisceau direct?



$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{R_T}{R_T + h}$$

$$\alpha = 2 \arccos \left(\frac{R_T}{R_T + h} \right)$$

avec α l'angle d'ouverture du + grand arc possible.

$$\alpha = 2 \arccos \left(\frac{6,4 \cdot 10^6}{6,4 \cdot 10^6 + 650 \cdot 10^3} \right) = 50^\circ \quad \textcircled{1}$$

Cela correspond à une fenêtre temporelle de 13 min.

Il est donc légitime de penser qu'on peut communiquer directement avec l'ISS durant quelques minutes.

⑤ Eq. de Maxwell dans le vide :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= 0 & \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 & \operatorname{rot} \vec{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{E}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E}$$

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{E}) = \operatorname{rot}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}(\operatorname{rot} \vec{B}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$$

$$\text{D'où } \boxed{\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}}$$

$$\textcircled{6} \Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow -k^2 \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \omega^2 \vec{E}$$

$$\text{D'où } \boxed{k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}} \text{ Comme l'onde se propage selon les } x \text{ croissants}$$

$$\text{on a } k = \frac{\omega}{c}$$

le vide est un milieu non dispersif car la relation de dispersion est linéaire en ω .

⑦ Relation de structure (OPPH)

$$\underline{\vec{B}} = \frac{\underline{\vec{k}} \wedge \underline{\vec{E}}}{\omega} = \frac{u_{x1} \vec{e}_y e^{i(\omega t - kx)}}{c}$$

$$\boxed{\underline{\vec{B}} = \frac{e_0}{c} e^{i(\omega t - kx)} \vec{e}_y}$$

$$\textcircled{8} \vec{F} = q \vec{E} + q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\frac{\|\vec{E}\|}{\|\vec{v} \wedge \vec{B}\|} \sim \frac{\|\vec{E}\| v_p}{v \|\vec{E}\|} \text{ plasma dérivé (assimilé à du vide) donc } v_p \approx c$$

$$\frac{\|\vec{E}\|}{\|\vec{v} \wedge \vec{B}\|} \sim \frac{c}{v} \gg 1 \text{ donc on peut négliger}$$

la force magnétique devant la force électrique.

$$\textcircled{9} \text{ PFD sur l'e}^- : m_e \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} = q \vec{E}$$

$$\textcircled{10} i \omega m_e \vec{v}_e = -e \vec{E} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_e = \frac{-e \vec{E}}{i m_e \omega} = \frac{i e \vec{E}}{m_e \omega}}$$

De même pour un cation:

$$m_c \frac{\partial \vec{v}_c}{\partial t} = e \vec{E} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_c = -\frac{ie\vec{E}}{m_c \omega}}$$

$$\boxed{\frac{\|\vec{v}_c\|}{\|\vec{v}_e\|} = \frac{m_e}{m_c} \ll 1}$$

$$\textcircled{10} \vec{j} = n_e(\vec{v}_c - \vec{v}_e) \text{ or } \|\vec{v}_c\| \ll \|\vec{v}_e\|$$

Donc $\exists \vec{j} \neq \vec{0}$ dans le plasma ty

$$\boxed{\vec{j} = -n_e e \vec{v}_e}$$

$$\vec{j} = -\frac{in_e e^2 \vec{E}}{m_e \omega} \text{ On pose } \boxed{\gamma = -\frac{in_e e^2}{m_e \omega}}$$

$$\text{et on obtient } \boxed{\vec{j} = \gamma \vec{E}}$$

$$\textcircled{11} \langle p_v \rangle = \langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{j} \cdot \vec{E}^*)$$

$$\langle p_v \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(\gamma \vec{E} \cdot \vec{E}^*) = \frac{|\vec{E}|^2}{2} \underbrace{\text{Re}(\gamma)}_0 = 0$$

$$\textcircled{12} \text{rot}(\text{rot} \vec{E}) = \text{grad}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E}$$

δ (plasma localement neutre)

$$\begin{aligned} \text{rot}(\text{rot} \vec{E}) &= \text{rot}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot} \vec{B}) \\ &= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) \end{aligned}$$

$$\boxed{\Delta \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}}$$

$$\textcircled{13} -k^2 \vec{E} = \mu_0 \gamma i \omega \vec{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}$$

$$k^2 = -\frac{\mu_0 n_e e^2}{m_e} + \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\text{on pose } \boxed{\omega_p^2 = \frac{\mu_0 n_e e^2 c^2}{m_e} = \frac{m_e e^2}{m_e \epsilon_0}}$$

$$\boxed{k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}}$$

$$\textcircled{14} \omega < \omega_p \Rightarrow k^2 < 0 \Rightarrow k = \pm i \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2}}$$

$$\vec{E}(A, t) = E_0 \exp\left[i\left(\omega t \pm i \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2}} x\right)\right] \vec{u}_y$$

$$\text{On pose } \delta_p = \sqrt{\frac{c^2}{\omega_p^2 - \omega^2}}$$

$$\vec{E}(A, t) = E_0 \exp\left[i\left(\omega t \pm \frac{x}{\delta_p}\right)\right] \vec{u}_y$$

$$\vec{E}(x, t) = E_0 e^{-\frac{x}{\delta_p}} e^{i\omega t} \vec{u}_y$$

$$\vec{E}(x, t) = \text{Re}(\vec{E}) = E_0 e^{-\frac{x}{\delta_p}} \cos(\omega t) \vec{u}_y$$

la solution en \odot diverge en $x \rightarrow \infty \Rightarrow$ solution

inacceptable physiquement $\rightarrow \boxed{\vec{E}(x, t) = E_0 e^{-\frac{x}{\delta_p}} \cos(\omega t) \vec{u}_y}$

Pseudo onde plane $\rightarrow \vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{-i}{\delta_p} \vec{u}_x \wedge E_0 e^{-\frac{x}{\delta_p}} e^{i\omega t} \vec{u}_y$

$$\vec{B} = -\frac{i E_0}{\delta_p \omega} e^{-\frac{x}{\delta_p}} e^{i\omega t} \vec{u}_y = \frac{E_0}{\delta_p \omega} e^{-\frac{x}{\delta_p}} e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})} \vec{u}_y$$

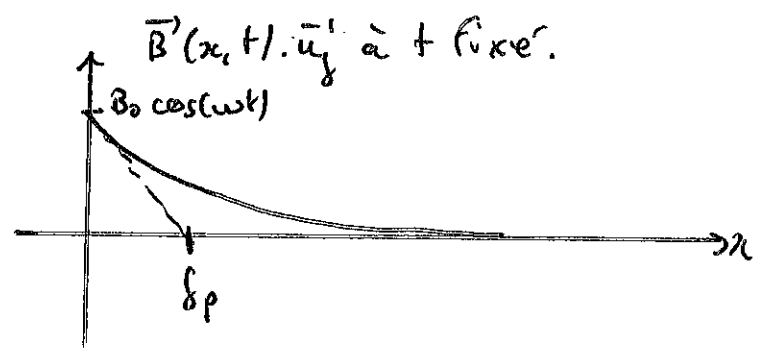
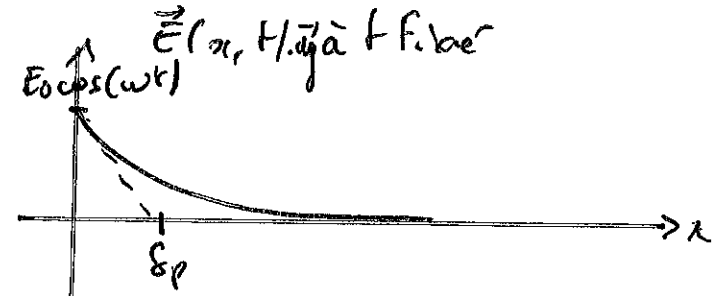
$$\vec{B} = \text{Re}(\vec{B}) = \frac{E_0}{\delta_p \omega} e^{-\frac{x}{\delta_p}} \sin(\omega t) \vec{u}_y$$

$$\langle \vec{\pi} \rangle = \left\langle \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right\rangle = \frac{E_0^2}{\mu_0 \delta_p \omega} \langle \cos \omega t \sin \omega t \rangle \vec{u}_x$$

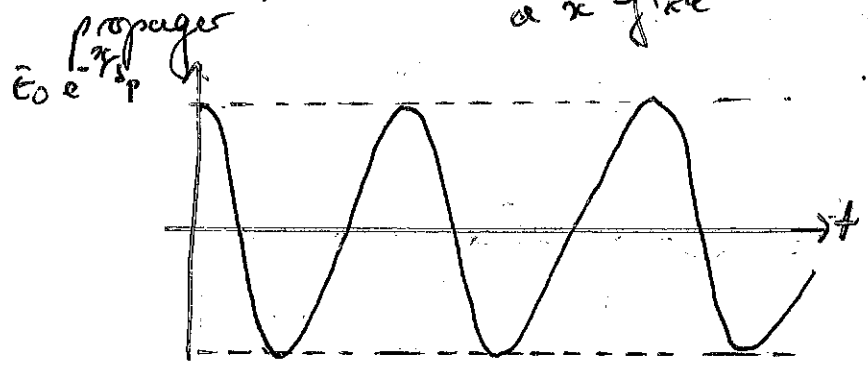
$$\boxed{\langle \vec{\pi} \rangle = \vec{0}}$$

Onde stationnaire amortie
= Onde evanescente

15



les champs \vec{E} et \vec{B} oscillent sans se propager à x fixe



16 Pour $\omega > \omega_p$, $\underline{k} > 0$ $\underline{k} \in \mathbb{R}$

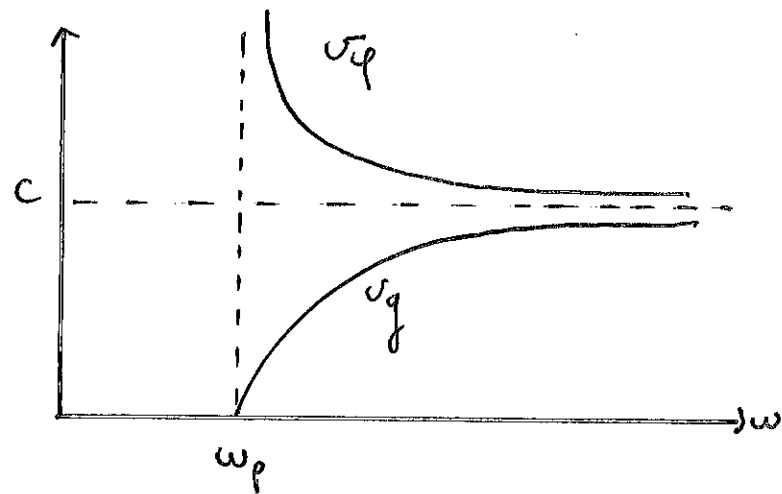
$$k = + \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}}$$

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y$$

solution progressive.

4

$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 c^2}} \vec{u}_x \wedge E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y$$



$$\vec{B}' = \frac{E_0}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2} \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y$$

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = \left\langle \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu} \right\rangle = \frac{\epsilon_0^2}{\epsilon c \mu_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2} \vec{u}_y$$

ou v_p dépend de ω
la relation de dispersion n'est pas linéaire en ω

↳ le milieu est dispersif.

$v_p > c$ cela ne contrevient pas au principe de la relativité restreinte car v_p correspond à la vitesse de déplacement d'un plan d'onde.

Or seul un paquet d'ondes, se déplaçant à la vitesse v_g , peut avoir une réalité physique.

$$v_g < c$$

$$(18) \omega_p^2 = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}$$

$$n_{e, \text{max, jour}} \sim 8 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-3}$$

$$n_{e, \text{max, nuit}} \sim 2 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$$

$$(17) k = \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}}$$

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}} = v_p$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

On différencie la relation de dispersion

$$2k dk = \frac{2\omega d\omega}{c^2} \Rightarrow \frac{d\omega}{dk} = \frac{c^2 k}{\omega}$$

$$v_g = \frac{c^2}{v_p} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}$$

$$f_{\text{min}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{n e_{\text{max}} e^2}{m_e \epsilon_0}}$$

$$f_{\text{min, jour}} = \left(\frac{8 \cdot 10^{12} \times (1,62 \cdot 10^{-19})^2}{4\pi^2 \times 9,109 \cdot 10^{-31} \times 8,854 \cdot 10^{-12}} \right)^{1/2}$$

$$\begin{aligned} f_{\text{min, jour}} &= 2,5 \cdot 10^7 \text{ Hz} \rightarrow \lambda \sim 12 \text{ m} \\ f_{\text{min, nuit}} &= 4 \cdot 10^6 \text{ Hz} \rightarrow \lambda \sim 75 \text{ m} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{ondes} \\ \text{radio} \end{array} \right\}$$

II L'expérience d'Elihu Thomson

(D'après X NP 2009)

① la distribution de courant est invariante par rotation d'angle θ donc \vec{B} ne dépend pas de θ .

On s'intéresse à la composante radiale de \vec{B}

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_{\text{cyl}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{\text{top}} \vec{B}_z \cdot d\vec{S}_z + \int_{\text{bottom}} \vec{B}_z \cdot d\vec{S}_z + \int_{\text{side}} \vec{B}_r \cdot d\vec{S}_r$$

le cylindre choisi est de faible diamètre donc $B_z \approx B_0(z, t)$

$\pi r^2 [B_0(z, t) - B_0(z, t)] + B_r(z, t) 2\pi r dz = \phi(\vec{B})$

Or $\phi(\vec{B}) = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ et $B_0(z, t) - B_0(z, t) = \frac{dB_0}{dz} \cos \omega t dz$

Donc $\pi r^2 \frac{dB_0}{dz} \cos \omega t + B_r(z, t) 2\pi r = 0$

$$\vec{B}_r(r, z, t) = -\frac{r}{2} \frac{dB_0}{dz} \cos \omega t \vec{e}_r$$

② $\phi = \pi i_s$ par définition

Donc $F(z, t) = i_A \mu \frac{d}{dz} i_s \mu = i_A \frac{d\phi}{dz} = F(z, t)$

③ $e = -\frac{d\phi}{dt}$ (loi de Faraday)

$$e = -\frac{d}{dt} (\pi i_s \mu) = -\pi \frac{d}{dt} [i_s \mu] = \frac{\pi}{i_s \mu^2} \frac{di_s \mu}{dt} = e$$

④ lorsque $b \gg a$, on peut considérer que la spire A est en tout point "au voisinage immédiat" de l'axe $Oz \Rightarrow \vec{B}(z, t)$ vérifie la relation établie en question ① et $B_z = B_0(z) \cos \omega t$

Donc $\phi(z, t) = \pi a^2 B_0(z) \cos \omega t$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = \pi a^2 \omega B_0(z) \sin \omega t$$

⑤ $d\vec{F}_L = i_A \mu d\theta \vec{e}_\theta \wedge \vec{B}$

$= i_A \mu a d\theta \vec{e}_\theta \wedge (B_r \vec{e}_r + B_z \vec{e}_z)$

$= i_A \mu a B_0(z) \cos \omega t \vec{e}_r = i_A \mu a B_r d\theta \vec{e}_z$

$$\vec{F}_L = \int_{\text{spire}} d\vec{F}_L = - \int_{\text{spire}} i_A \mu a B_r d\theta \vec{e}_z$$

$$\vec{F}_L = + i_A \mu \frac{a^2}{2} \frac{dB_0}{dz} \cos \omega t \times 2\pi \vec{e}_z$$

①

$$\vec{F}_L = \pi a^2 i_A (H) \frac{dB_0}{dz} \cos \omega t \vec{e}_z$$

⑥ Par définition $\phi_p = L_A i_A$

Soit \vec{B}_1 le champ induit par 1 spire.
et ϕ_1 le flux engendré par ce champ
dans cette spire :

$$\phi_1 = l_A i_A$$

Dans N spires $\phi = N l_A i_A$

Donc le flux engendré par N spires dans
ces mêmes N spires vaut $\phi_p = N^2 l_A i_A$

$$\text{Soit } L_A = N^2 l_A$$

De même le flux engendré par le
solenénoïde dans 1 spire $\phi_{s \rightarrow A} = \pi_1 i_s$

et le flux engendré dans N spires

$$\phi_{s \rightarrow A} = N \pi_1 i_s \Rightarrow \pi = N \pi_1$$

⑦ Si $l_A = 0$ la force de Laplace est
exclusivement due à l'action du champ
magnétique créé par le solénoïde.

$$e = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d\phi_{s \rightarrow A}}{dt} = - M \frac{di_s}{dt}$$

$$e = r_A i_A = - \pi \frac{d}{dt} I_s \cos \omega t$$

$$i_A (H) = + \frac{\omega \pi I_s}{r_A} \sin \omega t$$

$$d\vec{F}_L \cdot \vec{e}_z = (i_A d\vec{P}_A \cdot \vec{B}) / \vec{e}_z = \frac{\omega \pi I_s a \sin \omega t}{r_A} d\theta \cdot B_r(r, z) \cos \omega t$$

$$\langle d\vec{F}_L \cdot \vec{e}_z \rangle = \frac{\omega \pi I_s a B_r(r, z)}{r_A} \langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle = 0$$

⑧ $e = - \frac{d\phi}{dt} = r_A i_A = 0 \quad \text{or } \phi = \phi_p + \phi_{s \rightarrow A}$

$$0 = L_A \frac{di_A}{dt} + \pi \frac{di_s}{dt} \Rightarrow \frac{di_A}{dt} = - \frac{\pi}{L_A} \frac{di_s}{dt} = \frac{\omega \pi I_s \sin \omega t}{L_A}$$

$$i_A (H) = \int_0^t \frac{\omega \pi I_s \sin \omega t}{L_A} dt + cte$$

$$i_A (H) = - \frac{\pi I_s \cos(\omega t)}{L_A} + cte \quad \text{car } \langle i_A (H) \rangle = 0$$

$$\langle \vec{F}_L \cdot \vec{e}_z \rangle = \langle F(z, t) \rangle = \langle i_A(t) i_s(t) \frac{d\pi}{dz} \rangle$$

$$I_{S_0} = \frac{U_0(R_A^2 + N^2\phi_A^2\omega^2)}{\sqrt{r_A R_S - L_A L_S \omega^2 + M^2 \omega^2 + j\omega(L_A R_S + r_A L_S)}}$$

$$I_{S_0} = \frac{U_0(R_A^2 + N^2\phi_A^2\omega^2)}{\sqrt{\left[r_A R_S + N\omega^2(M^2 - L_A L_S)\right]^2 + \omega^2(r_A L_S + N\phi_A R_S)^2}}$$

$$\phi_1 = \arg\left(\frac{z_A U_0}{D^2}\right) = \arg z_A - 2\arg D = \phi_A - 2\phi_D = \phi_1$$

$$i_A(t) = I_{A_0} \cos(\omega t + \phi_2) \quad \phi_2 = \arg\left(\frac{-z_{AS} U_0}{D^2}\right) = -\frac{\pi}{2} - 2\phi_D$$

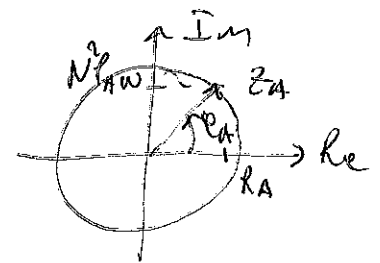
$$I_{A_0} = \frac{U_0 |z_{AS}|}{|D|^2} = \frac{U_0 M \omega}{\sqrt{\left[r_A R_S + N\omega^2(M^2 - L_A L_S)\right]^2 + \omega^2(L_S r_A + N\phi_A R_S)^2}}$$

$$\textcircled{12} \langle F \rangle_t = \left\langle i_A(t) i_S(t) \frac{d\Gamma}{dj} \right\rangle_t = \left\langle I_{A_0} I_{S_0} \cos(\omega t + \phi_A - 2\phi_D) / \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - 2\phi_D) \frac{d\Gamma}{dj} \right\rangle_t$$

$$\langle F \rangle_t = \frac{I_{A_0} I_{S_0}}{2} \frac{d\Gamma}{dj} \left\langle \cos(2\omega t + \phi_A - \frac{\pi}{2} - 4\phi_D) + \cos(\phi_A + \frac{\pi}{2}) \right\rangle_t +$$

$$\langle F \rangle_t = -\frac{I_{A_0} I_{S_0}}{2} \frac{d\Gamma}{dj} \sin \phi_A \quad \text{Or,} \quad \sin \phi_A = \frac{\text{Im}(z_A)}{|z_A|} = \frac{N\phi_A \omega}{|z_A|}$$

$$\langle F \rangle_t = -\frac{U_0^2 N\phi_A M \omega^2}{2 |D|^4} \frac{d\Gamma}{dj}$$



$$\langle \vec{F}_L \cdot \vec{e}_y \rangle = \left\langle -\frac{\pi}{L_A} \cos \omega t I_s^2 \cos \omega t \frac{dM}{dz} \right\rangle$$

$$\langle \vec{F}_L \cdot \vec{e}_y \rangle = -\frac{I_s^2 M}{2L_A} \frac{dM}{dz}$$

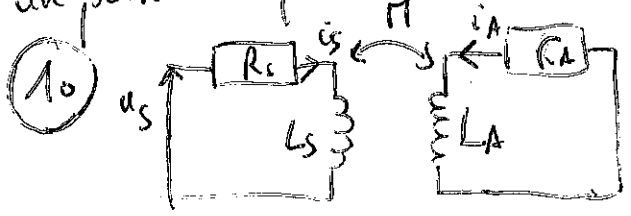
⑨ $\frac{dM}{dz} < 0$ donc il s'agit bien d'une force moyenne dirigée vers le haut. (F1)

• Il y a un point d'équilibre entre le poids et la force électromagnétique. (F1)

• Pour 2 spires le poids est doublé
 L_A est $\times 4$
 π est $\times 2$ } donc $\langle \vec{F}_L \cdot \vec{e}_y \rangle$ est divisée par 2

Donc cela est contraire au point F2

• Un anneau en cuivre est 3 fois plus lourd qu'un anneau en aluminium donc il doit avoir un point d'équilibre + bas. Cela valide F3.



$$\text{LDA: } \begin{cases} u_s = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt} + M \frac{di_A}{dt} \\ 0 = N \phi_A \frac{di_A}{dt} + M \frac{di_s}{dt} + r_A i_A \end{cases}$$

$$\text{⑩ En C) } \begin{cases} U_0 = R_s I_s + L_s j\omega I_s + M j\omega I_A \\ 0 = N \phi_A j\omega I_A + M j\omega I_s + r_A I_A \end{cases}$$

$$I_A = \frac{-M j\omega}{N \phi_A j\omega + r_A} I_s$$

$$U_0 = (R_s + L_s j\omega) I_s + \frac{M^2 \omega^2}{N \phi_A j\omega + r_A} I_s$$

$$U_0 = \left(Z_s + \frac{M^2 \omega^2}{Z_A} \right) I_s \Leftrightarrow U_0 = \frac{Z_s Z_A + M^2 \omega^2}{Z_A} I_s$$

$$U_0 = \frac{D^2}{Z_A} I_s \Leftrightarrow I_s = \frac{Z_A U_0}{D^2}$$

$$I_A = \frac{-M j\omega}{Z_A} \left(\frac{Z_A U_0}{D^2} \right) = -\frac{Z_{AS} U_0}{D^2} = I_A$$

$$i_s(t) = I_{s0} \cos(\omega t + \phi_1)$$

$$I_{s0} = |I_s| = \frac{U_0 |Z_A|}{|D|^2} = \frac{U_0 (R_A^2 + N^2 \phi_A^2 \omega^2)}{|(r_A + jL_A \omega)(R_s + jL_s \omega) + M^2 \omega^2|}$$

$$\langle F \rangle = \frac{U_0^2 \mu_A \pi \omega^2 \frac{dM}{dg}}{2 N^2} \frac{1}{\left[r_A R_S + N \omega^2 (\pi r_A^2 - \mu_A L_S) \right]^2 + \omega^2 (L_S r_A + N \mu_A R_S)^2}$$

$$\textcircled{13} \quad \frac{F(2)}{F(1)} = \frac{4 \times \left[10^{-4} \times 2 + (100\pi)^2 (5 \cdot 10^{-5})^2 - 10^{-7} \times 0,1 \right]^2 + (100\pi)^2 (10^{-4} \times 0,1 + 10^{-7} \times 2)^2}{\left[10^{-4} \times 2 + 2 \times (100\pi)^2 (5 \cdot 10^{-5})^2 - 10^{-7} \times 0,1 \right]^2 + (100\pi)^2 (10^{-4} \times 0,1 + 2 \times 10^{-7} \times 2)^2}$$

$$\frac{F(2)}{F(1)} = 3,43 \text{ pour des anneaux en Cuivre ; } \frac{F(2)}{F(1)} = 7,8 \text{ pour des anneaux en Aluminium}$$

$\textcircled{14}$ lorsqu'on multiplie par 2 le nombre de spires, on multiplie par 2 le poids mais on multiplie par un facteur > 2 la force électromagnétique.

Donc le système se stabilise + haut

$\textcircled{15}$ Si on remplace le cuivre par de l'aluminium, le poids est divisé d'un facteur 3
Or la force électromagnétique n'est pas divisée par 3. Donc l'équilibre aura lieu à deux altitudes différentes pour un anneau en cuivre et un anneau en aluminium.