



Mardi 27 février 2024

Durée : 4 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé.

**Recommandations :**

- Un résultat numérique sans **unité** est considéré faux.
- Les **correcteurs** (effaceurs, peinture, ruban, stylo à friction) sont interdits.
- La rédaction se fait en langue française respectant syntaxe, grammaire et orthographe.
- Si vous relevez ce qui vous semble être une erreur dans l'énoncé, indiquez-le sur votre copie et poursuivez l'épreuve en expliquant les initiatives que vous avez prises.



**Pénalité :** Un défaut de qualité de la copie (présentation, écriture, orthographe, syntaxe) pourra faire l'objet d'une pénalité de 1 ou 2 points sur la note finale.

## Télescopes

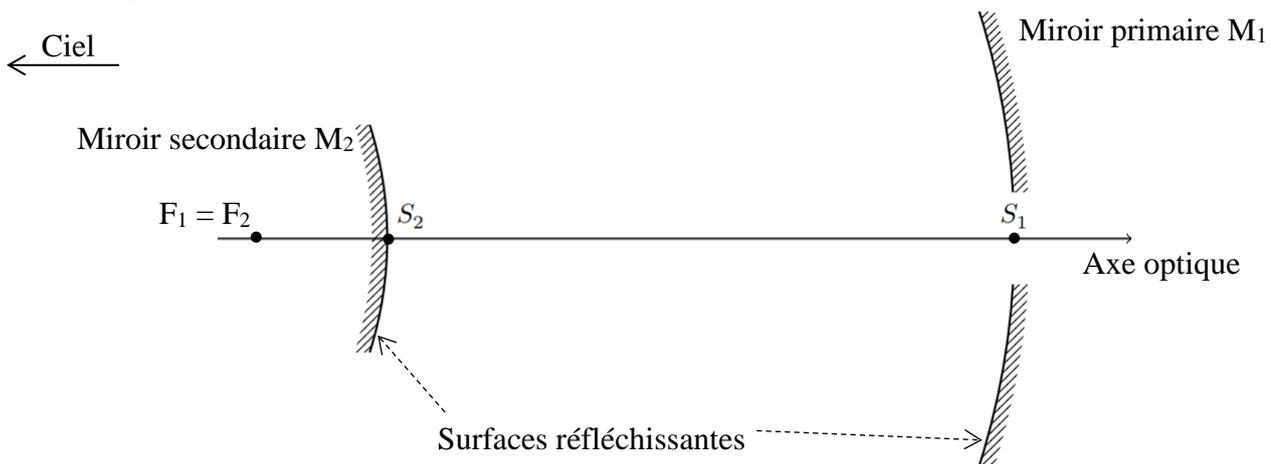
Ce sujet traite de l'observation, à l'aide de télescopes, des rayonnements provenant de l'espace. L'observation se heurte à plusieurs difficultés. D'une part, ces rayonnements sont fortement absorbés par l'atmosphère. D'autre part, l'atmosphère et les instruments de mesure sont également sources de rayonnement infrarouge. On peut s'affranchir du problème de l'atmosphère en embarquant le télescope sur un satellite et de l'émission thermique de l'instrument en refroidissant les différents éléments à l'aide de puissants systèmes cryogéniques. Cependant, les dimensions des télescopes en orbite étant limitées, leur résolution théorique est moins bonne que celle de certains télescopes au sol comme ceux du Very Large Telescope array (VLT) de l'European Southern Observatory à Paranal au Chili qui bénéficient d'un ciel très pauvre en vapeur d'eau et d'une atmosphère très stable.

### Partie I : Un télescope unitaire du VLT

Deux objets ponctuels à l'infini  $A$  et  $B$  sont observés dans les directions faisant des angles  $i_A = 0$  et  $i_B \neq 0$  par rapport à l'axe optique. Les deux directions dans lesquelles on observe à travers le télescope leurs images font respectivement les angles  $i'_A$  et  $i'_B$  avec l'axe optique. Pour simplifier, on supposera que ces deux objets émettent une unique radiation de longueur d'onde  $\lambda = 2,00 \mu\text{m}$ .

#### I.A – Montage de type Cassegrain

Les télescopes unitaires du VLT peuvent être utilisés en configuration dite « Cassegrain » (cf. **figure 1**).



**Figure 1 :** *Télescope unitaire du VLT en montage de type Cassegrain*

Le configuration dite « Cassegrain » (Laurent Cassegrain, 1629-1693) est constituée de deux miroirs sphériques (surfaces sphériques métallisées) de même axe optique :

- Un miroir primaire concave de sommet  $S_1$  (point d'intersection du miroir avec l'axe optique), de diamètre  $D = 8,20 \text{ m}$ , de rayon de courbure  $R_1 = 28,8 \text{ m}$ , de distance focale  $\overline{S_1 F_1} = -\frac{R_1}{2}$ . Ce miroir est percé au voisinage de son sommet afin de permettre le passage du faisceau vers l'instrumentation d'analyse de la lumière collectée.

- Un miroir secondaire convexe de sommet  $S_2$ , de rayon de courbure  $R_2 = 4,52 \text{ m}$ , de distance focale  $\overline{S_2F_2} = -\frac{R_2}{2}$

Le système est afocal, c'est-à-dire que l'image d'un objet situé à l'infini est à l'infini. Ainsi, les foyers des miroirs sont confondus.

I.A.1) Quelle distance  $S_2S_1$  appelée *encombrement du télescope* sépare ces deux miroirs?

Le grossissement  $G = \left| \frac{i'_B}{i_B} \right|$  de ce dispositif est donné par la relation  $G = \frac{R_1}{R_2}$ .

On considère le dispositif afocal équivalent constitué de deux lentilles minces sphériques convergentes et de distance focales respectives  $f'_1 = \frac{R_1}{2}$  et  $f'_2 = \frac{R_2}{2}$ .

I.A.2) Sur un schéma, placer les deux lentilles sur le même axe optique et à la distance permettant d'obtenir un dispositif afocal. Quel est alors l'encombrement de ce dispositif défini par la distance entre leurs centres optiques. Commenter.

I.A.3) Quel(s) autre(s) avantage(s) apporte(nt) l'utilisation de miroirs plutôt que de lentilles ?

I.A.4) Sur le même schéma qu'au I.A.2), représenter les trajets d'un rayon émis par A et d'un rayon émis par B. En déduire l'expression puis la valeur numérique du grossissement  $G = \left| \frac{i'_B}{i_B} \right|$ . Commenter.

### I.B – Résolution limitée par la diffraction

On admet que les phénomènes de diffraction sont dus à la limitation du faisceau lumineux par le miroir primaire de diamètre  $D$  et dans le dispositif équivalent par la lentille primaire (objectif) de même diamètre.

I.B.1) Déterminer l'ordre de grandeur du rayon  $R$  de la tâche de diffraction (ou tâche d'Airy) qu'on observerait sur l'image intermédiaire formée par la lentille primaire d'un objet ponctuel à l'infini envoyant une unique radiation de longueur d'onde  $\lambda$ .

I.B.2) En déduire en *radians* puis en *secondes d'arc* l'ordre de grandeur de l'ouverture angulaire  $\Delta\theta$  du faisceau image, définie par le fait que les rayons émergent du télescope avec des angles  $i'_A \pm \Delta\theta$  et  $i'_B \pm \Delta\theta$  par rapport à l'axe optique.

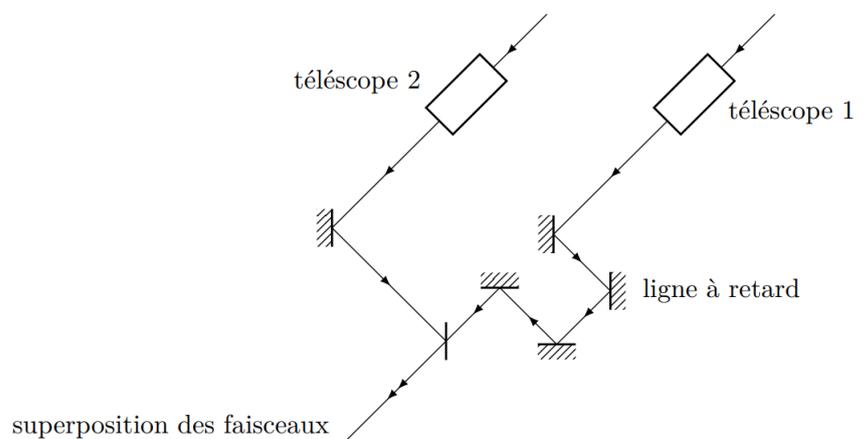
II.B.3) En précisant le critère retenu, établir la relation que doivent vérifier les angles  $i'_A$  et  $i'_B$  pour pouvoir discerner les images formées par le télescope.

II.B.4) En déduire la valeur numérique de la limite de résolution angulaire  $i_{min}$  du télescope, c'est-à-dire l'angle minimal entre deux étoiles pour que le télescope les discerne.

## Partie II : Le télescope interférentiel VLTI

Pour surmonter le problème précédent, on peut faire interférer les signaux optiques reçus par deux télescopes (**Figure 2**).

On assimile les deux télescopes distants de  $a$  (variable jusqu'à  $100 \text{ m}$ ) à deux trous  $T_1$  et  $T_2$  de taille négligeable, de sorte que le VLTI sera équivalent au montage de la **figure 3**, où la lentille d'axe optique  $Oz$ , de centre  $O$  possède une distance focale  $f'$ . Le foyer image de la lentille est noté  $F'$  et le plan focal est le plan d'observation.  $T_1$  et  $T_2$  sont à une distance  $\frac{a}{2}$  de l'axe optique.



**Figure 2 : Principe du VLTI**

## II.A – Observation d’une source ponctuelle dans la direction de l’axe optique

Un unique objet ponctuel à l’infini  $A$  est observé dans la direction de l’axe optique. Pour simplifier, on supposera encore que cet objet émet une unique radiation de longueur d’onde  $\lambda = 2,00 \mu\text{m}$ .



Figure 3 : Schéma équivalent du VLTI

II.A.1) Où se trouve l’image géométrique  $A'$  de  $A$  à travers la lentille ?

II.A.2) Calculer la différence de marche  $\delta_0$  entre les ondes provenant de  $A$  et se recombinant en  $A'$ , passant par les deux trous  $T_1$  et  $T_2$  sur la **figure 3**.

II.A.3) En déduire le rôle de la ligne à retard de la **figure 2**.

II.A.4) En quoi y a-t-il nécessité de la ligne à retard pour satisfaire aux conditions d’interférences ?

II.A.5) Dans quelle mesure peut-on considérer que le contraste des interférences vaut  $I$  ? Dans la suite on supposera effectivement que le contraste vaut  $I$ .

II.A.6) Après avoir établi l’expression de  $\delta_A(x)$ , la différence de marche, déterminer l’expression de l’intensité lumineuse  $I_A(x)$  d’un point d’abscisse  $x$  dans le plan focal.

II.A.7) En déduire l’expression de l’interfrange.

II.A.8) Tracer l’allure de la figure d’interférence dans le plan  $(x'F'y')$  telle qu’on pourrait l’observer avec une caméra infrarouge.

## II.B – Observation d’une source ponctuelle dans une direction différente de celle de l’axe optique

Un unique objet ponctuel à l’infini  $B$  est observé dans la direction  $i_B \neq 0$  par rapport à l’axe optique dans le plan  $xOz$ , avec les mêmes caractéristiques que  $A$ .

II.B.1) À quelle distance  $x_B$  de  $F'$  se trouve l’image géométrique de  $B$  ?

II.B.2) Déterminer l’expression de l’intensité lumineuse  $I_B(x)$  en un point d’abscisse  $x$ .

II.B.3) L’interfrange est-il différent de celui trouvé précédemment ?

## II.C – Observation de deux sources ponctuelles

Deux objets ponctuels à l’infini  $A$  et  $B$  sont observés dans les directions  $i_A = 0$  et  $i_B \neq 0$  par rapport à l’axe optique dans le plan  $xOz$ . Pour simplifier, on supposera que ces deux objets émettent une unique radiation de longueur d’onde  $\lambda = 2,00 \mu\text{m}$  et la même puissance lumineuse.

II.C.1) Ces deux sources sont-elles cohérentes ? Justifier la réponse.

II.C.2) En déduire l’intensité lumineuse  $I_{A \cup B}(x)$  en un point d’abscisse  $x$ .

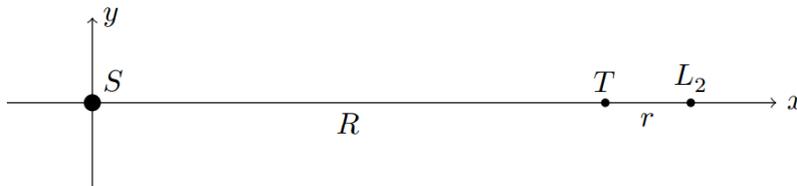
II.C.3) Pour quelle(s) distance(s)  $a$  entre les deux télescopes y a-t-il brouillage des interférences ? On exprimera le résultat en fonction de  $i_B$ .

II.C.4) Proposer alors une méthode de détermination expérimentale de l’angle entre deux étoiles composant une étoile double.

II.C.5) Calculer la valeur numérique, en secondes d’arc, de la limite de résolution angulaire  $i_m$  du VLTI ? Commenter.

### Partie III : Positionnement du télescope spatial James Webb au point de Lagrange $L_2$

Le successeur du télescope Hubble, appelé JWST (James Webb Space Telescope), est placé dans une position telle qu'il ne sera pas gêné par la lumière du Soleil. On note  $L_2$  cette position qui a comme caractéristique d'être fixe par rapport à la Terre et au Soleil (c'est un « point de Lagrange »). Soit  $\mathcal{R}_0$  le référentiel dans lequel le Soleil  $S$  et la Terre  $T$  sont fixes, de repère associé  $(S, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ . Le point de Lagrange  $L_2$  est à la distance  $r \ll R$  de la Terre (cf. **figure 4**).



**Figure 4 :** Position du point de Lagrange  $L_2$

On considère la Terre ponctuelle en  $T$ , de masse  $M_T = 5,97 \times 10^{24}$  kg, en orbite circulaire de rayon  $R = 150 \times 10^6$  km autour du Soleil ponctuel en  $S$ , de masse  $M_S = 1,99 \times 10^{30}$  kg dans le référentiel héliocentrique ( $\mathcal{R}_h$  considéré galiléen) avec une période de révolution  $T_T$ . On note  $G$  la constante de gravitation universelle. On néglige l'action de tous les autres corps célestes.

#### III.A – Etude préliminaire

III.A.1) Déterminer l'expression de  $T_T$  en fonction des données.

III.A.2) Quel est, dans  $\mathcal{R}_h$ , le mouvement de  $\mathcal{R}_0$ ?  $\mathcal{R}_0$  est-il galiléen ?

#### III.B – Equilibre des forces

III.B.1) En effectuant un bilan des forces s'exerçant sur le télescope de masse  $m$  positionné en  $L_2$  dans le référentiel  $\mathcal{R}_0$ , donner la relation qui traduit l'équilibre du télescope dans ce référentiel.

III.B.2) Montrer que  $r = \left(\frac{M_T}{3M_S}\right)^{1/3} R$ .

III.B.3) Calculer numériquement la distance  $r$  à laquelle se trouve le télescope James Webb par rapport à la Terre. Les hypothèses précédentes sont-elles justifiées ?

#### III.C – Etude de la stabilité du point de Lagrange

Le satellite n'est plus au point  $L_2$ , son déplacement à partir de  $L_2$  est caractérisé par le vecteur  $x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z$  où  $|x|$ ,  $|y|$  et  $|z|$  sont négligeables devant  $r$ . L'étude est toujours conduite dans  $\mathcal{R}_0$ .

III.C.1) Exprimer les énergies potentielles dont dérivent les différentes forces s'exerçant sur le télescope de masse  $m$ .

III.C.2) Un calcul non demandé permet alors d'obtenir l'expression ci-dessous pour les composantes, dans le repère  $\mathcal{R}_0$ , de la force s'exerçant sur le satellite :

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{3mM_T G}{r^3} x \\ F_y &= -\frac{mM_T G}{r^3} y \\ F_z &= -\frac{4mM_T G}{3r^3} z \end{aligned}$$

Interpréter ces projections en terme de stabilité du satellite. En réalité, pour mener à bien une étude plus complète, il conviendrait d'inclure la force d'inertie de Coriolis.

### Partie IV : Refroidissement cryogénique du télescope Herschel

La réfrigération par évaporation est une technique de refroidissement éprouvée. C'est par exemple de cette façon que le corps humain régule sa température via la transpiration. Cette technique peut être appliquée dans toute gamme de température où l'on peut trouver un composé liquide en équilibre avec sa phase vapeur. En dessous de  $4,00$  K, les deux isotopes de l'hélium ( $^3\text{He}$  et  $^4\text{He}$ ) sont utilisés.

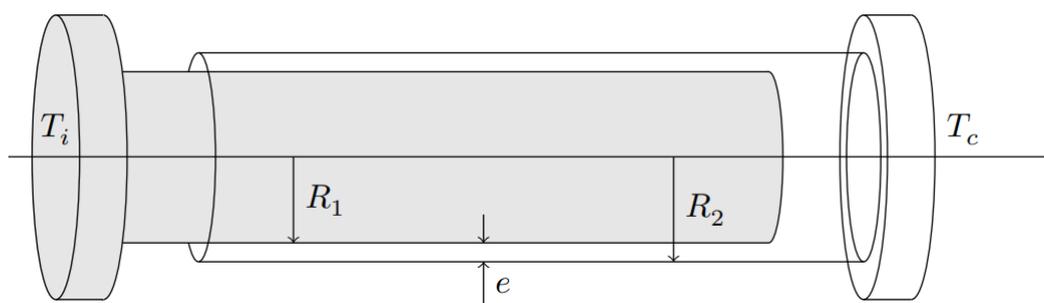
Ce principe de refroidissement est mis à profit dans les cryo-réfrigérateurs à adsorption. Ces dispositifs de refroidissement sont adaptés aux contraintes de l'industrie spatiale car ils ne contiennent aucune pièce mobile. L'absence de risque d'usure permet un gain de fiabilité.

Schématiquement, le cryo-réfrigérateur se présente sous la forme de deux sphères en titane reliées par un tube. Dans l'une de ces sphères, appelée la pompe, se trouve du charbon actif. Ces charbons possèdent un pouvoir d'adsorption du gaz qui augmente lorsque la température diminue. La pompe peut être reliée à un thermostat de température  $T_i = 2,00\text{ K}$  par un interrupteur thermique ou chauffée à  $T_c = 45,0\text{ K}$  par une chaufferette électrique de puissance  $P$ . L'autre sphère est appelée évaporateur. Elle contient une mousse qui permet de retenir le liquide par capillarité en l'absence de pesanteur. Elle peut également être reliée au thermostat de température  $T_i = 2,00\text{ K}$  par un interrupteur thermique. Le tube qui relie les deux sphères est thermalisé à  $2,00\text{ K}$  et on considère que sa section est suffisante pour qu'il n'y ait pas de perte de charge entre la pompe et l'évaporateur. Les pressions sont donc sensiblement les mêmes dans la pompe et l'évaporateur.

Lors de la première phase de fonctionnement de durée  $\tau_I$ , la pompe est chauffée à  $45,0\text{ K}$  pour désorber le gaz qui va se condenser dans l'évaporateur maintenu à  $2,00\text{ K}$ . Lors de la seconde phase, la pompe est maintenue à  $2,00\text{ K}$  et les charbons actifs pompent l'hélium liquide, la température du liquide en ébullition chute jusqu'à  $T_f = 300\text{ mK}$ .

#### IV.A – Principe de l'interrupteur thermique

Le dispositif fonctionne à l'aide d'interrupteurs thermiques permettant de connecter ou déconnecter certaines parties afin de laisser passer ou non la chaleur. L'interrupteur thermique à gaz tire parti de la conduction des gaz pour assurer sa position fermée. Il est composé (voir **figure 5**) de deux pièces conductrices cylindriques concentriques en cuivre de rayons  $R_1$  et  $R_2 > R_1$ . L'espace entre les deux cylindres peut être vide ou rempli d'hélium gazeux supposé parfait, de capacité thermique massique  $c_{gaz}$ . On négligera les forces de pression et les transferts thermiques par rayonnement et convection et les effets de bord.



**Figure 5 :** Schéma d'un interrupteur thermique à gaz

On souhaite déterminer la conductance thermique de l'interrupteur en position fermée. À cet effet, on maintient l'armature intérieure au contact de la source de température  $T_i = 2,00\text{ K}$  et l'armature extérieure est reliée à la pompe du cryo-réfrigérateur maintenue à la température  $T_c = 45,0\text{ K}$ . L'espace entre les cylindres est rempli de  $^3\text{He}$  de conductivité thermique  $\lambda$  et de masse volumique  $\rho$ .

IV.A.1) À partir d'un bilan énergétique effectué sur le volume de gaz compris entre les rayons  $r$  et  $r + dr$ , déterminer l'équation aux dérivées partielles vérifiée par la température du gaz  $T(r, t)$ .

IV.A.2) En déduire l'expression de  $T(r)$  en régime permanent.

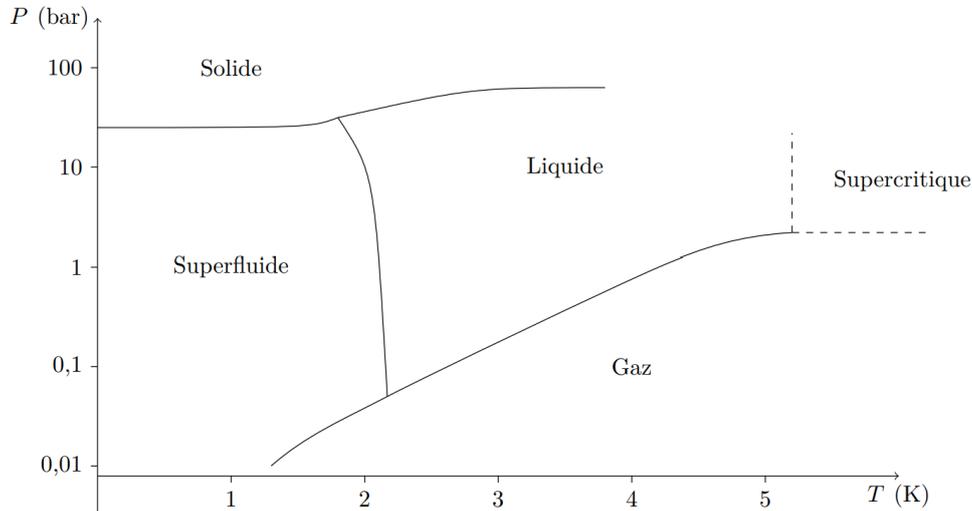
IV.A.3) Déterminer, en régime permanent, l'expression du flux thermique  $\Phi$  à travers un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  orienté vers les  $r$  croissants.

IV.A.4) Exprimer la conductance thermique  $G$  de l'interrupteur fermé en fonction de  $T_i$ ,  $T_c$  et  $\Phi$ . En déduire l'expression de  $G$  uniquement en fonction des données du problème.

IV.A.5) Expliquer qualitativement comment ce dispositif peut jouer le rôle d'interrupteur thermique.

#### IV.B – Choix du fluide réfrigérant

Pour comprendre le principe de ce type de refroidissement, on utilise le modèle suivant. Un récipient parfaitement calorifugé contient une masse d'hélium liquide  $m_0$  de capacité thermique massique  $c_{liq}$ , initialement à la température  $T_0$ , en équilibre avec sa vapeur. Le récipient comporte une soupape reliée à une pompe qui aspire lentement et continûment la vapeur de ce récipient. La chaleur latente massique de vaporisation de l'hélium  ${}^3\text{He}$  vaut  $\ell_{{}^3\text{He}} = 10,0 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  et celle de l'hélium  ${}^4\text{He}$  vaut  $\ell_{{}^4\text{He}} = 22,5 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ . L'allure du diagramme des phases de l'hélium est représenté sur le graphe de la **figure 6**.



**Figure 6 :** Allure du diagramme de phases de l'hélium : pression en fonction de la température

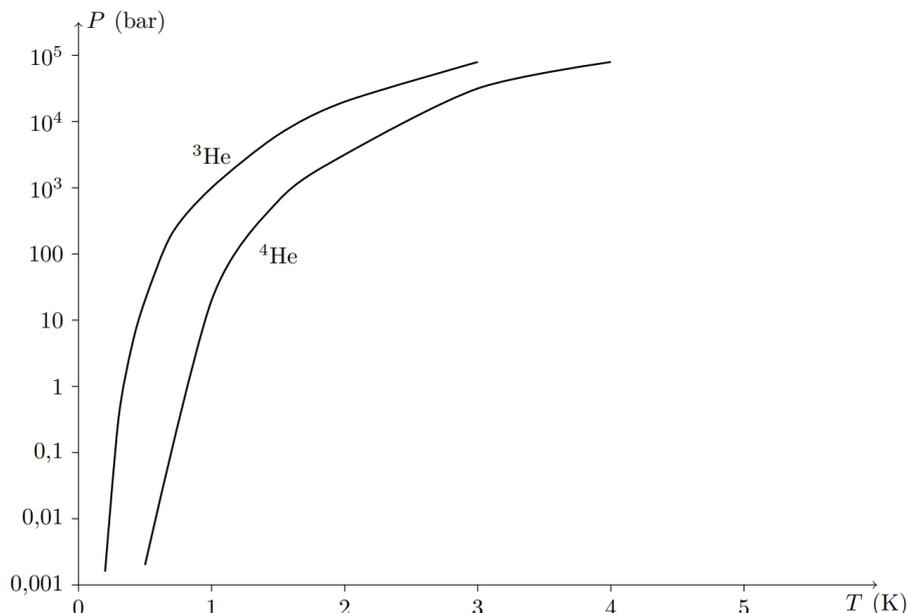
IV.B.1) Reproduire le diagramme des phases de l'hélium et y représenter l'évolution de la pression en fonction de la température lors de l'opération de pompage.

IV.B.2) Quelle(s) particularité(s) présente le diagramme des phases de l'hélium ?

IV.B.3) En effectuant un bilan sur un système que l'on définira avec soin, déterminer l'expression de la température  $T(t)$  de l'enceinte en fonction de la masse d'hélium liquide  $m(t)$  à l'instant  $t$ . On introduira la chaleur latente massique de vaporisation de l'hélium  $\ell_{vap}$  et la capacité thermique massique de l'hélium liquide  $c_{liq}$ .

IV.B.4) Lequel des deux isotopes de l'hélium semble le plus adapté à cette technique de refroidissement ?

IV.B.5) Les courbes de pression de vapeur saturante en fonction de la température sont données pour les deux isotopes de l'hélium sur la **figure 7**.



**Figure 7 :** Pression de vapeur saturante de  ${}^3\text{He}$  et  ${}^4\text{He}$  en fonction de la température

Si on utilise une pompe capable d'abaisser la pression jusqu'à  $0,100 \text{ Pa}$ , quelle est la température la plus basse que l'on peut espérer atteindre avec de l'hélium  $^3\text{He}$  ? avec de l'hélium  $^4\text{He}$  ?  
 Dans ces conditions, quel isotope de l'hélium semble le plus adapté au refroidissement cryogénique ?

**IV.C – Fonctionnement du cryo-réfrigérateur**

L'isotope choisi est l'hélium  $^3\text{He}$ .

IV.C.1) Déterminer l'expression de la masse d'hélium évaporée  $m_{evap}$  lorsque le liquide atteint  $300 \text{ mK}$ .

IV.C.2) En déduire l'expression de la chaleur  $Q_{extract}$  extraite du liquide.

IV.C.3) Définir le rendement du cryo-réfrigérateur et l'exprimer en fonction des données de l'énoncé.

IV.C.4) Faire un schéma du dispositif lors de la première phase de fonctionnement, avec les températures des différents éléments et les positions des interrupteurs thermiques.

IV.C.5) Faire de même pour la seconde phase de fonctionnement.

**Partie V : Pression de radiation**

Le rayonnement cosmologique peut être considéré comme une superposition d'ondes électromagnétiques planes progressives monochromatiques de fréquences et de directions de propagation différentes. Ce rayonnement est susceptible d'exercer une force de nature électromagnétique sur les satellites et donc de modifier leur trajectoire.

On note  $p$  la pression de radiation, c'est-à-dire la force par unité de surface, moyennée en temps, qu'exercerait le rayonnement sur une paroi parfaitement réfléchissante.

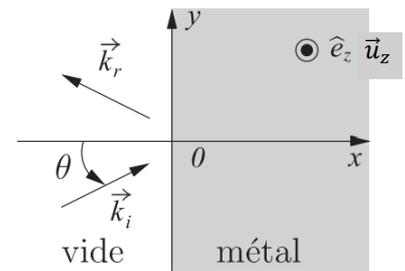
On étudiera donc la réflexion d'une onde électromagnétique monochromatique en incidence oblique sur un miroir métallique parfaitement conducteur.

Le demi-espace  $x < 0$  est le vide et le demi-espace  $x > 0$  est rempli par un métal de conductivité électrique infinie. L'onde incidente est une onde plane progressive monochromatique de pulsation  $\omega$ , de longueur d'onde  $\lambda$ , polarisée rectilignement dans la direction  $\vec{u}_z$  et se propageant dans la direction donnée par le vecteur d'onde

$$\vec{k}_i = k \cos \theta \vec{u}_x + k \sin \theta \vec{u}_y \quad \text{où} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

En un point M de coordonnées  $(x, y, z)$  à l'instant  $t$  et en représentation complexe, le champ électrique de cette onde incidente s'écrit :

$$\vec{E}_i = E_{0i} e^{j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{OM})} \vec{u}_z \quad \text{où} \quad E_{0i} \text{ est un réel positif et } j^2 = -1$$



V.1) Déterminer la représentation complexe  $\vec{B}_i$  du champ magnétique de l'onde incidente.

Cette onde provient des  $x < 0$ . Elle rencontre en  $x = 0$  le miroir métallique parfaitement conducteur et donne naissance à une onde plane réfléchie, caractérisée par sa pulsation  $\omega_r$ , ses champs électrique  $\vec{E}_r$  et magnétique  $\vec{B}_r$ , ainsi que par son vecteur d'onde  $\vec{k}_r$ . La représentation complexe du champ électrique associé à cette onde s'écrit :

$$\vec{E}_r = \vec{E}_{0r} e^{j(\omega_r t - \vec{k}_r \cdot \vec{OM})} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \vec{E}_{0r} = \overline{Cste} \\ \vec{k}_r = k_{rx} \vec{u}_x + k_{ry} \vec{u}_y + k_{rz} \vec{u}_z \end{cases}$$

V.2) Justifier que le champ électromagnétique est ici toujours nul dans le métal.

On rappelle qu'à la frontière vide-métal, la composante tangentielle du champ électrique à l'interface  $x = 0$  est continue.

En déduire que  $\omega_r = \omega$ .

Déterminer les composantes de  $\vec{k}_r$  en fonction de  $k$  et de  $\theta$ . Que constatez-vous ?

V.3) Montrer que  $\vec{E}_{0r} = -E_{0i} \vec{u}_z$ . Donner alors l'expression de  $\vec{E}_r$ . En déduire l'expression du champ magnétique réfléchi  $\vec{B}_r$ .

V.4) A l'aide des résultats précédents, déterminer les expressions réelles du champ électrique  $\vec{E}$  et du champ magnétique  $\vec{B}$  résultant de la superposition des ondes incidente et réfléchie dans le demi espace  $x < 0$ .

V.5) On note  $\vec{j}_s$  l'expression réelle de la densité de courant surfacique qui prend naissance sur la surface  $x = 0$  du miroir.

On rappelle la relation de passage vérifiée par le champ magnétique à l'interface  $x = 0$  :

$$\vec{B}(x = 0^+) - \vec{B}(x = 0^-) = \mu_0 \cdot \vec{j}_s \wedge \vec{u}_x$$

En déduire l'expression de  $\vec{j}_s$ .

V.6) On admettra qu'un élément d'aire  $dS$  de la surface  $x = 0$  du miroir est soumis à la force de Laplace élémentaire  $d\vec{F} = \frac{1}{2} \vec{j}_s \wedge \vec{B}(x = 0^-) dS$ .

En déduire l'expression de la pression électromagnétique  $\pi(\theta, t)$ , exercée sur la surface  $x = 0$  et due à cette force de Laplace générée par l'onde d'incidence  $\theta$ .

Calculer moyenne temporelle  $p = \langle \pi(\theta, t) \rangle_t$  appelée *pression de radiation*.

### Formulaire

Expression du gradient d'une fonction scalaire  $f(r, \theta, z)$  en coordonnées cylindriques

$$\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{e}_z$$