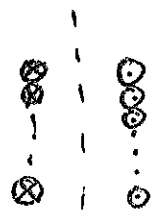


(D'après Centrale NP 2015)

I Contrôle non destructif par courants de Foucault

A.1: La distribution de courant est invariante par rotation d'angle θ

Donc $\vec{B}(r)$ ne dépend pas de θ .

 le plan $(r, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ est plan d'anti-symétrie pour la distribution de courant. Donc $\vec{B}(r) \in$ ce plan $\Rightarrow B_\theta = 0$

$\hookrightarrow \vec{B}(r, t) = B_r(r, z, t) \vec{e}_r + B_z(r, z, t) \vec{e}_z$

A.2: Première simulation \rightarrow Bobine seule

Deuxième simulation \rightarrow Bobine + plaque, $f = 200\text{Hz}$

Troisième simulation \rightarrow Bobine + plaque, $f = 50\text{Hz}$

A.3a) On se place en $z = 6\text{cm}$ et simulation 3

$\vec{B} \sim 4 \cdot 10^{-3} \text{T}$

b) Pour un solénoïde ∞ , $B(z=0) = \frac{\mu_0 N i_0}{l_s} = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{T}$

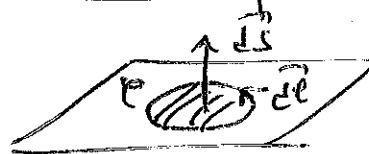
Au niveau de l'interface avec la plaque dans la carte 2 (simulation 3)

$B_0 = \frac{\mu_0 N i_0}{l_s} = 3 \cdot 10^{-3} \text{T}$

$\frac{B_0}{B(z=0)} = \alpha = \frac{3}{5,8} = 0,52$

(Rq: Plein d'autres interprétations possibles)

B.1: Eq. de Maxwell-Faraday: $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$



$\oint_S \text{rot} \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\oint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

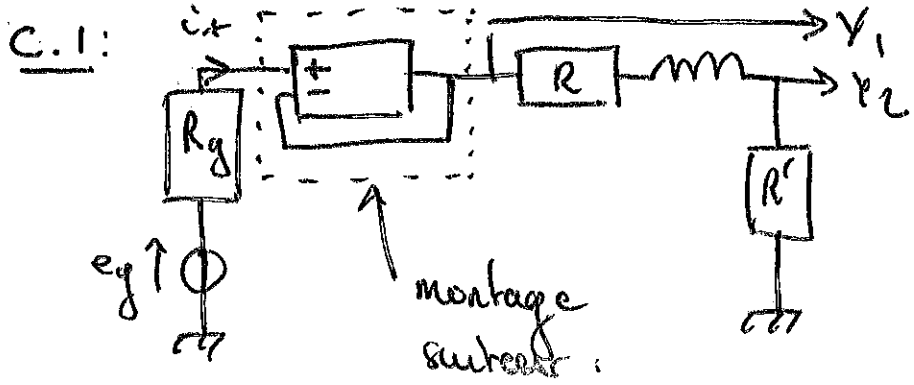
Th de Stokes $\hookrightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$

\vec{E} est orthogonal $\hookrightarrow 2\pi r E(r, t) = -\frac{d}{dt} (\pi r^2 B_0 \cos \omega t)$

$\vec{E}(r, t) = \frac{r B_0 \omega \sin(\omega t)}{2} \vec{e}_\theta$

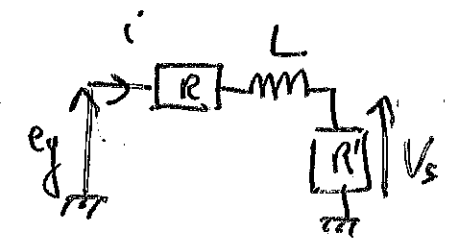
B.2 $\vec{j} = \gamma_0 \vec{E}$ (γ_0 d'ordre locale)

$\vec{j} = \frac{\gamma_0 r B_0 \omega}{2} \sin(\omega t) \vec{e}_\theta$



L'AOI est idéal donc $i_+ = 0$
 Donc $V_+ = e_g = 5,00 \text{ V}$
 Donc $V_1 = 5,00 \text{ V}$

Le montage équivalent à :



Loi des mailles: $V_s + u_L + u_R = e_g$
 $V_s = R' i$
 $u_L = L \frac{di}{dt} = \frac{L}{R'} \frac{dV_s}{dt}$
 $u_R = R i = \frac{R}{R'} V_s$

$$V_s + \frac{L}{R'} \frac{dV_s}{dt} + \frac{R}{R'} V_s = e_g$$

$$\frac{dV_s}{dt} + \left(1 + \frac{R}{R'}\right) \times \frac{R'}{L} V_s = \frac{R'}{L} e_g$$

$V_s(t) = V_{sp} + V_{sh}$ avec :

$$\begin{cases} V_{sp} = \frac{e_g}{1 + \frac{R}{R'}} \\ V_{sh} = A \exp(-t/\tau) \end{cases}$$

$$V_s(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{e_g}{1 + \frac{R}{R'}}$$

CI: $V_s(t=0) = 0 \rightarrow A + \frac{e_g}{1 + \frac{R}{R'}} = 0$

$$V_s(t) = \frac{e_g}{1 + \frac{R}{R'}} \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Exploitation de l'enregistrement: $V_{s\infty} = \frac{e_g}{1 + \frac{R}{R'}}$

$$V_{s\infty} \left(1 + \frac{R}{R'}\right) = e_g \Leftrightarrow \frac{R}{R'} = \frac{e_g}{V_{s\infty}} - 1$$

$$R = R' \left(\frac{e_g}{V_{s\infty}} - 1\right) \quad R = 500 \left(\frac{5}{4,9} - 1\right) = 10 \Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R'} \frac{1}{1 + \frac{R}{R'}} \Leftrightarrow L = \tau R' \left(1 + \frac{R}{R'}\right)$$

$$L = 78,4 \cdot 10^{-6} \times 500 \left(1 + \frac{10}{500}\right) = 38 \text{ mH}$$

On pose $\tau = \frac{L}{R'} \frac{1}{1 + \frac{R}{R'}}$

C.2: l'augmentation de la partie réelle de l'impédance SR. $\langle P_S \rangle = \langle \int P_S d\tau \rangle$

Or $\langle P_S \rangle = \langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle = \gamma \langle E^2 \rangle > 0$ (2)

C-3: On constate que le champ \vec{B} est moins intense en présence de la plaque.
 (cet effet est d'autant plus marqué que la fréquence est grande) → Donc l'effet inductif de la bobine diminue.

C-4: $P_S = \iint_S \vec{j} \cdot \vec{E} d\tau$ on considère que l'énergie est dissipée par effet Joule dans un cylindre situé sous la bobine (cela n'a rien de évident...)

$$P_S = \int_0^{R_b} \frac{\gamma_0 r^2 B_0^2 \omega^2}{4} \sin^2 \omega t \times 2\pi r dr$$

$$P_S = \pi \gamma_0 B_0^2 \omega^2 \sin^2 \omega t \int_0^{R_b} \frac{r^3}{2} dr$$

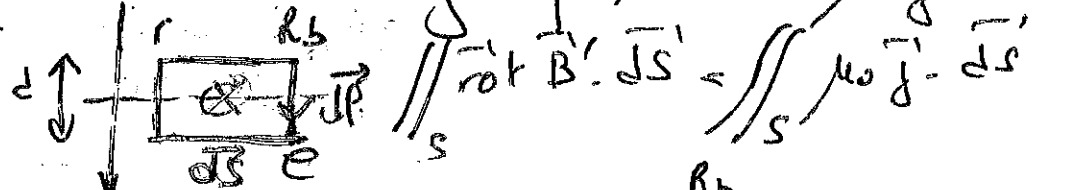
$$P_S = \frac{\pi \gamma_0 B_0^2 \omega^2 R_b^4}{8} \sin^2 \omega t$$

$$P_S = \frac{\pi d R_b^4 \gamma_0 \omega^2 d^2 \mu_0 N^2 c_0}{8 \rho_b^2} \sin^2 \omega t \quad \text{Or } \langle i^2 \rangle = \frac{i_0^2}{2}$$

$$\langle P_S \rangle = \frac{\pi d R_b^4 \gamma_0 \omega^2 d^2 \mu_0^2 N^2}{8 \rho_b^2} \langle i^2 \rangle = \mathcal{R} \langle i^2 \rangle$$

$$\text{Donc } \mathcal{R} = \frac{\pi d R_b^4 \gamma_0 \omega^2 d^2 \mu_0^2 N^2}{8 \rho_b^2}$$

C-5.a: Eq. de Maxwell - Ampère dans l'ARQS (magnétique) $\text{rot } \vec{B}' = \mu_0 \vec{j}$



$$\iint_S \text{rot } \vec{B}' \cdot \vec{dS} = \iiint_V \mu_0 \vec{j} \cdot \vec{dV}$$

Th de Stokes: $\oint_e \vec{B}' \cdot d\vec{l} = \int \mu_0 \frac{\gamma_0 r B_0 \omega}{2} \sin \omega t dr$

Comme $\vec{B}' \parallel \vec{e}_\theta$ et $B'(R_b) = 0$

$$\oint_e \vec{B}' \cdot d\vec{l} = -B(r,t)d = \frac{\mu_0 \gamma_0 B_0 \omega}{4} \sin \omega t (R_b^2 - r^2)$$

$$\vec{B}(r,t) = \frac{\mu_0 \gamma_0 B_0 \omega}{4} \sin \omega t (r^2 - R_b^2) \vec{e}_\theta$$

(Rq: On a directement choisi $\frac{\partial B'}{\partial z} = 0$
 cela se justifie facilement car $\text{div } B = 0$.

$$u_m = \frac{B'^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 \gamma_0^2 B_0^2 \omega^2 \sin^2(\omega t) (r^2 - R_b^2)^2}{32}$$

$$E_m = \iiint u_m d\tau = \frac{\mu_0 \gamma_0^2 B_0^2 \omega^2}{32} \sin^2 \omega t \int_0^{R_b} 2\pi r (r^2 - R_b^2)^2 dr$$

$$I = \int_0^{R_b} 2r (r^2 - R_b^2)^2 dr$$

On pose $x = r^2 \Rightarrow I = \int_0^{R_b^2} (x - R_b^2)^2 dx$
 $dx = 2r dr$

$$I = \int_0^{R_b^2} x^2 - 2xR_b^2 + R_b^4 dx$$

$$I = \left[\frac{x^3}{3} - x^2 R_b^2 + R_b^4 x \right]_0^{R_b^2}$$

$$I = \left[\frac{R_b^6}{3} - R_b^6 + R_b^6 \right] = \frac{R_b^6}{3}$$

$$E_m = \frac{\pi \mu_0^2 \gamma_0^2 R_b^6 \omega^2 d}{96} \sin^2 \omega t$$

c) or $B_0 = \frac{\mu_0 N i_0}{l_b}$

Donc $E_m = \frac{\pi \mu_0^3 \gamma_0^2 R_b^6 N^2 i_0^2 \omega^2 d^2}{96 l_b^2} \sin^2 \omega t$

$\langle \epsilon_n \rangle = \frac{1}{2} \&L \langle i^2 \rangle$ Donc $\&L = \frac{\pi \mu_0^3 \gamma_0^2 R_b^6 N^2 \omega^2 d^2}{48}$

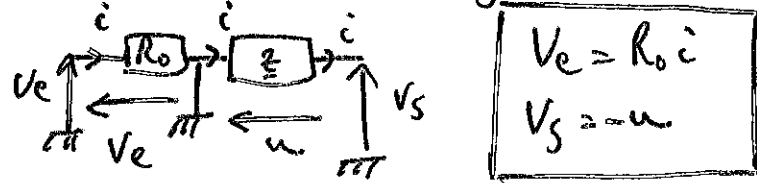
C.6: R_g l'AV dépend de d

On trouve $\&R \sim 0,03 \Omega$
 $\&L \sim 0,1 mH$

C.7: \oplus $\&L$ et $\&R \nearrow$ si $\omega \nearrow \Rightarrow$ meilleure sensibilité en HF

\ominus Effet de peau \Rightarrow limite la détection des défauts en profondeur.

D.1: $i_+ = 0$ (ACI idéal)
 et $V_+ = V_-$ (Régime linéaire)



D.2: filtre déphaseur.

D.3: $|H| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_c})^{2n}}}$

en BF, $|H| = 1$

pour $\omega = \omega_c$ $|H| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Donc $g_{dB}(\omega_c) = 20 \log |H(\omega_c)| = -3$

$$\log(5\omega_c) = -80 = -10 \log(1 + 5^{2n})$$

$$\log(1 + 5^{2n}) = 8$$

$$1 + 5^{2n} = 10^8 \Leftrightarrow 5^{2n} = 10^8 - 1 \approx 10^8$$

$$\log 5^{2n} = 8 \Leftrightarrow 2n \log 5 = 8$$

$$n = \frac{4}{\log 5} = 5,7 \rightarrow \boxed{n=6}$$

D.4: $e_1 = R_0 i$; $e_2 = -u$

$$s_1(H) = k e_1 e_2 = -k R_0 u i$$



$$\underline{u} = \underline{z} \underline{i} = [\operatorname{Re}(\underline{z}) + j \operatorname{Im}(\underline{z})] \underline{i}$$

On pose $\underline{i} = I_0 e^{j\omega t} \rightarrow i(t) = I_0 \cos(\omega t)$

$$u(t) = \operatorname{Re}(\underline{z}) I_0 \cos \omega t - I_0 \operatorname{Im}(\underline{z}) / \sin \omega t$$

$$s_1(H) = -k R_0 I_0^2 (\operatorname{Re}(\underline{z}) / \cos^2 \omega t - \operatorname{Im}(\underline{z}) / \cos \omega t \sin \omega t)$$

$$s_1(H) = \frac{-k R_0 I_0^2}{2} (\operatorname{Re}(\underline{z}) (1 + \cos 2\omega t) - \operatorname{Im}(\underline{z}) / \sin(2\omega t))$$

le filtre donne $s_1(H)$ proportionnel à $\operatorname{Re}(\underline{z})$ si $\omega_c < 2\omega$

D'après la question précédente, on peut choisir $\omega_c < \frac{2\omega}{5}$

On a alors $\|y_1(H)\| = \frac{-k R_0 I_0^2 \operatorname{Re}(\underline{z})}{2}$

D.5: $s_2(H) = -k R_0 I_0 \cos(\omega t + \varphi) / u$

$$s_2(H) = -k R_0 I_0^2 \cos(\omega t + \varphi) [\operatorname{Re}(\underline{z}) / \cos(\omega t) - \frac{\operatorname{Im}(\underline{z})}{\sin \omega t}]$$

Si on prend $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ (i.e. $\omega = \omega_0$)

$$s_2(H) = -k R_0 I_0^2 [-\operatorname{Re}(\underline{z}) \cos \omega t \sin \omega t + \operatorname{Im}(\underline{z}) / \sin^2 \omega t]$$

$$s_2(H) = + \frac{k R_0 I_0^2}{2} [\operatorname{Re}(\underline{z}) / \sin(2\omega t) + \operatorname{Im}(\underline{z}) / (1 + \cos 2\omega t)]$$

Si on filtre s_2 dans les mêmes conditions que

$$\underline{s}_2, \|y_2(H)\| = \frac{k R_0 I_0^2 \operatorname{Im}(\underline{z})}{2}$$

E.1: On retrouve bien ce qui a été montré en C.2 et C.3:

R diminue et L augmente au niveau de la fissure.

II Etude de l'alliage Zn_{24} (11P*)

A.1: Difficile de dire s'il s'agit d'un alliage de substitution ou d'insertion non qu'en comparant les rayons atomiques. Calculons donc la taille des sites interstitielles.

- Sites octaédriques: 1 au centre de la maille
1 au milieu de chaque arête.

$$a = 2r_{Al} + 2r_o$$

Pour une CFC, $4r_{Al} = a\sqrt{2}$

$$\frac{4r_{Al}}{\sqrt{2}} = 2r_{Al} + 2r_o$$

$$r_o = r_{Al} \left(-1 + \frac{2}{\sqrt{2}} \right) = 0,41 r_{Al} = 53 \text{ pm} < r_{Cu}$$

- Sites tétraédrique: au centre des "petits cubes"

$$\frac{a\sqrt{3}}{4} = r_{Al} + r_T = r_{Al} \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow r_T = \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - 1 \right)$$

$$r_T = 0,22 r_{Al} = 32 \text{ pm} < r_{Cu}$$

d'alliage de la phase α est donc un alliage de substitution.

A.2 a) Dans la maille, $N_{Cu} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$

$$N_{Al} = 8 \times \frac{1}{8} + 1 + 2 \times \frac{1}{2} + \frac{4}{4}$$

$$N_{Al} = 4$$

Donc formule en Al_2Cu

b) $C = 8$

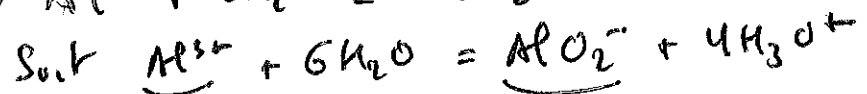
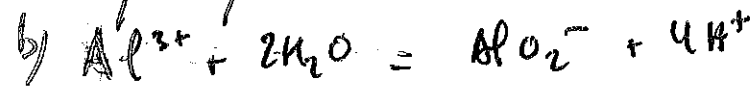
c)
$$\mu = \frac{m}{V} = \frac{N_{Cu} M_{Cu} + N_{Al} M_{Al}}{N_A V}$$

$$\mu = \frac{2 \times 63,5 \cdot 10^{-3} + 4 \times 27 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23} \times (0,404 \cdot 10^{-9})^3 \times 0,58 \cdot 10^{-9}}$$

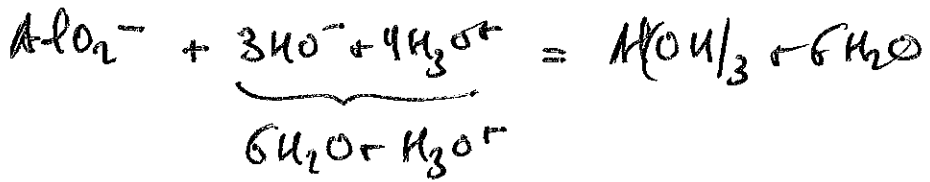
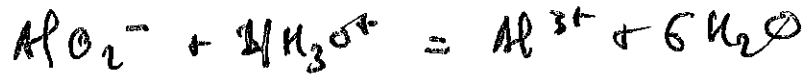
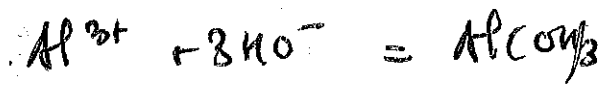
$$\mu = 4120 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu > \mu_{Al} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

B.1 a) poudre \rightarrow réaction + rapide avec l'hydroxyde de sodium.

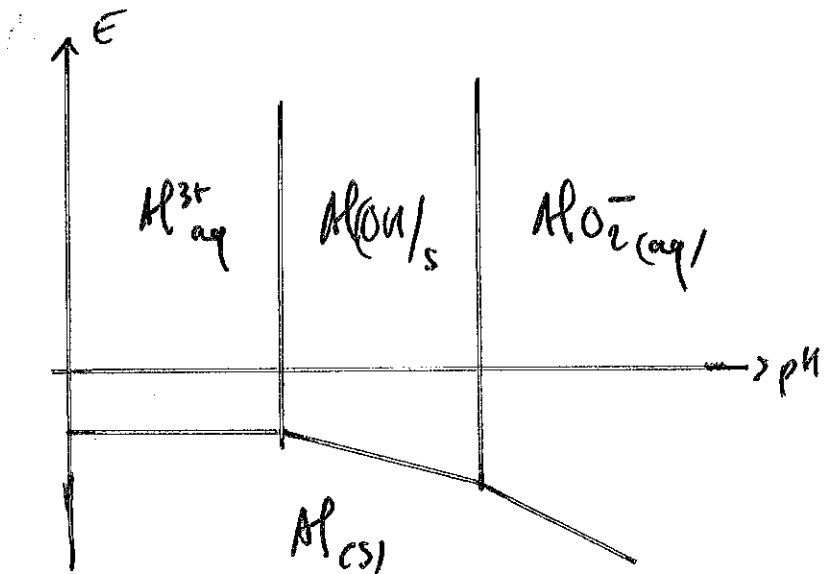


Couple acide/base Al^{3+} / AlO_2^-



Soit en milieu basique $AlO_2^- + H_2O = \underbrace{Al(OH)_3}_{\text{acide}} + HO^-$

Couple associé $Al(OH)_3 / AlO_2^-$



c/ A la limite d'apparition $K_s = [Al^{3+}][OH^-]^3$

$$K_s = C \left(\frac{K_e}{h} \right)^3 \Leftrightarrow h = K_e \left(\frac{C}{K_s} \right)^{1/3}$$

$$pH = pK_e - \frac{1}{3} \log \frac{C}{K_s} \quad pH = 14 - \frac{1}{3} \log \left(\frac{10^{-2}}{10^{-32}} \right)$$

pH = 4,0



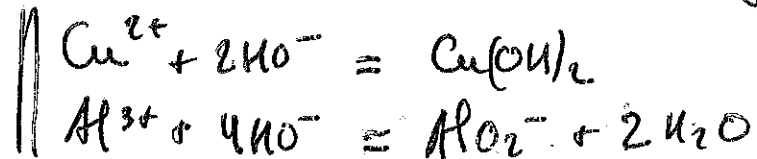
Relation de Nernst:

$$E = E^\circ(Cu^{2+}/Cu_2O) + 0,03 \log \frac{[Cu^{2+}]^2}{h^2}$$

À la frontière $E = E^\circ(Cu^{2+}/Cu_2O) + 0,06 \log c + 0,06 pH$

peut +0,06 V / unité de pH

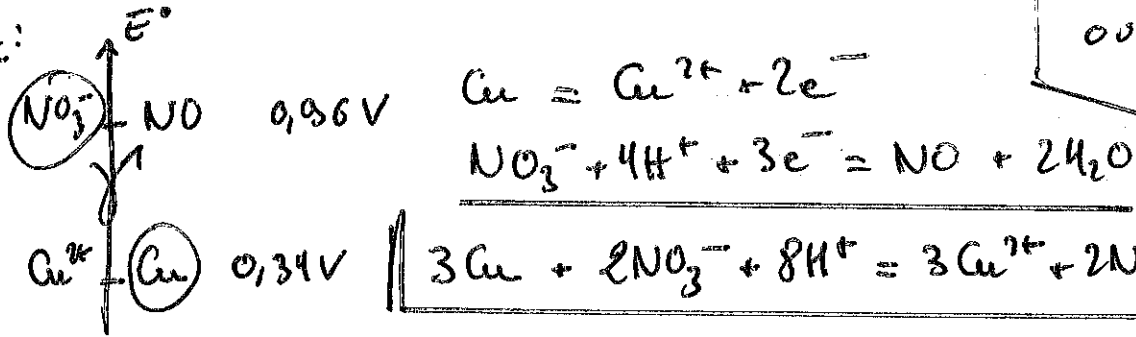
e/ En se plaçant dans la zone c, l'élément aluminium est solubilisé alors que le cuivre précipite sous forme d'hydroxyde.



f) en pH neutre l'aluminium est sous forme $Al(OH)_3 \rightarrow$ il n'y aurait pas de séparation possible par filtration dans ce cas là.

g) accélérer la réaction

B.2:



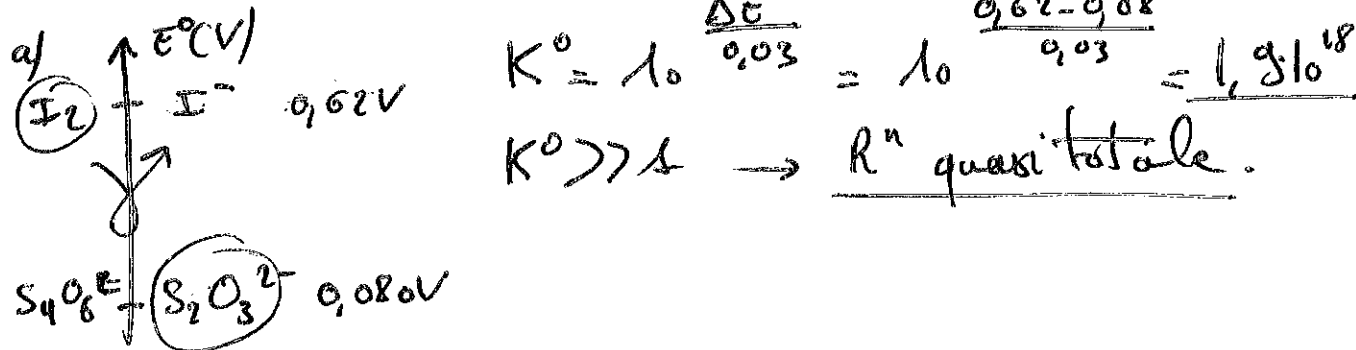
$$m_{Cu} = \rho_{Cu} CV$$

$$W_{Cu} = \frac{m_{Cu}}{m_{tot}} = \frac{63,5 \times 5 \cdot 10^{-2} \times 12,5 \cdot 10^{-3}}{1}$$

$$W_{Cu} = 4\%$$

c) oui, pour vérifier la reproductibilité ou simplement pour s'amuser.

B.3:



b) $n_{I_2 \text{ titre}} = \frac{n_{Cu^{2+}}}{2}$ Or, à l'équivalence, les réactifs

ont été introduits dans les proportions stœchiométriques

$$ie \quad n_{I_2 \text{ titre}} = \frac{n_{S_2O_3^{2-}}}{2} = \frac{CV}{2} = \frac{n_{Cu^{2+}}}{2} = \frac{n_{Cu}}{2} = \frac{m_{Cu}}{\rho_{Cu} \cdot 2}$$

