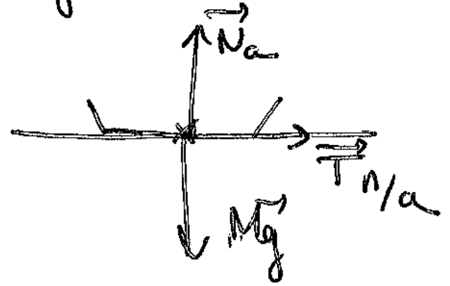
Peut-on tirer une nappe sans casser les assiettes ?!!

① $\vec{v_g} = \vec{v_a} - \vec{v_n}$ $\quad$ $\vec{v_g}$ est dirigé dans le sens de $-\vec{e_x}$

②

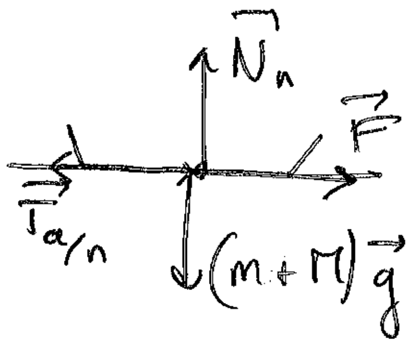


loi de la qté de mvt dans R galiléen appliquée à l'assiette :

$$M \frac{d\vec{v_a}}{dt} = M\vec{g} + \vec{T}_{n/a} + \vec{N_a}$$

$$\begin{cases} M\ddot{x}_a = T_{n/a} \\ 0 = -Mg + N_a \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} N_a = Mg > 0 \\ \text{loi du glissement} \\ \|\vec{T}_{n/a}\| = f\|\vec{N_a}\| \end{array}$$

$$\boxed{\ddot{x}_a = fg}$$



loi de la qté de mvt dans R galiléen appliquée à la nappe :

$$m\frac{d\vec{v_n}}{dt} = (M+m)\vec{g} + \vec{T}_{a/n} + \vec{N_n} + \vec{F}$$

$$\begin{cases} m\ddot{x}_n = T_{a/n} + \alpha m t \\ 0 = -(M+m)g + N_n \end{cases}$$

3e loi de Newton : $\vec{T}_{a/n} = -\vec{T}_{n/a}$

$$m\ddot{x}_n = -fMg + \alpha m t$$

$$\boxed{\ddot{x}_n = -f\frac{M}{m}g + \alpha t}$$

③ $v_g = \dot{x}_a - \dot{x}_n$

$$v_g = fgt - \alpha\frac{t^2}{2} + fg\frac{M}{m}t$$

glissement si $v_g < 0$

ie $fg\left(1 + \frac{M}{m}\right)t < \alpha\frac{t^2}{2}$

ie $\boxed{t > \frac{2}{\alpha}fg\left(1 + \frac{M}{m}\right)}$

<u>AN</u> : $t > \frac{2 \times 0{,}2 \times 9{,}81}{2500}\left(1 + \frac{0{,}4}{0{,}05}\right)$

<u>$t > 14$ ms</u> → hypothèse de glissement dès $t=0$ <u>non validée</u>

④ Il faut reprendre le raisonnement (la date trouvée précédemment a été obtenue avec une hypothèse fausse)

La loi de la qtté de mvt sur l'assiette dans R galiléen :

$$\begin{cases} M\ddot{x}_a = T_{n/a} \\ Mg = N_a \end{cases}$$

Tant qu'il y a non glissement, on peut aussi étudier le système {nappe + assiette} :

$$(M+m)\frac{d\vec{v}}{dt} = (M+m)\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}$$

$$(M+m)\ddot{x}_a = m\alpha t \rightarrow \ddot{x}_a = \frac{m}{M+m}\alpha t$$

D'où $\frac{Mm\alpha t}{M+m} < fMg$ ie $t < \frac{M+m}{\alpha m} fg$

$$\boxed{t_1 = \frac{1}{\alpha}\left(1 + \frac{M}{m}\right) fg}$$

$t_1 = 7\ ms$

À cette date, l'assiette s'est déplacée de $x_{a_1} = \frac{1}{2} fg t_1^2 = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 9,81 \times (7.10^{-3})^2$

$x_{a_1} = 48\ \mu m$

⑤ Pour la phase de glissement on reprend les equations de la question 2 et on intègre.

$$\ddot{x}_a = fg \rightarrow \dot{x}_a - \dot{x}_{a_1} = fg(t - t_1)$$

$$x_a = fg\frac{(t-t_1)^2}{2} + \dot{x}_{a_1}(t - t_1)$$

$$\dot{x}_{a_1} = \frac{m}{M+m}\alpha\frac{t_1^2}{2}$$

Donc $\boxed{x_a = fg\frac{(t-t_1)^2}{2} + \frac{m\alpha}{M+m}\frac{t_1^2}{2}(t-t_1)}$

$$\ddot{x}_n = -\frac{fMg}{m} + \alpha(t - t_1)$$

$$\dot{x}_n = -f\frac{Mg}{m}(t-t_1) + \alpha\frac{(t-t_1)^2}{2} + \dot{x}_{n_1}$$

$$x_n = -\frac{fMg}{m}\frac{(t-t_1)^2}{2} + \alpha\frac{(t-t_1)^3}{6} + \frac{m}{M+m}\frac{\alpha t_1^2}{2}(t-t_1)$$

le glissement perdure tant qu'il y a contact entre la nappe et l'assiette

ie $x_n - x_a < R+r$

(ou que l'assiette chute de la table)

$$x_n - x_a = -\frac{fMg}{m}\frac{(t-t_1)^2}{2} + \frac{\alpha(t-t_1)^3}{6} + \cancel{\frac{m\alpha t_1^2}{M+m}(t-t_1)} - fg\frac{(t-t_1)^2}{2} - \cancel{\frac{m\alpha t_1^2}{(M+m)2}(t-t_1)}$$

$$x_n - x_a = -fg\left(\frac{M}{m}+1\right)\frac{(t-t_1)^2}{2} + \frac{\alpha(t-t_1)^3}{6}$$

Il y a glissement jusqu'à ~~l'instant~~ τ qui vérifie l'équation:

$$\frac{\alpha}{6}(\tau-t_1)^3 - fg\left(\frac{M}{m}+1\right)\frac{(\tau-t_1)^2}{2} - R - r = 0$$

↳ Python Voir script.