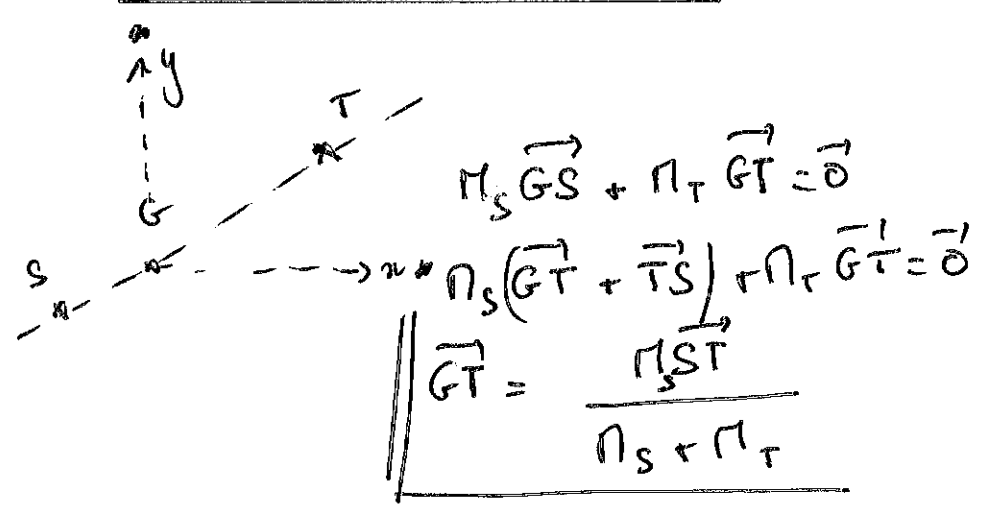


Les points de Lagrange

$$w = \sqrt{\frac{G(\pi_s + \pi_T)}{R^3}}$$

①



$$\begin{aligned} \pi_s \vec{GS} + \pi_T \vec{GT} &= \vec{0} \\ \pi_s (\vec{GT} + \vec{TS}) + \pi_T \vec{GT} &= \vec{0} \\ \vec{GT} &= \frac{\pi_s \vec{ST}}{\pi_s + \pi_T} \end{aligned}$$

②

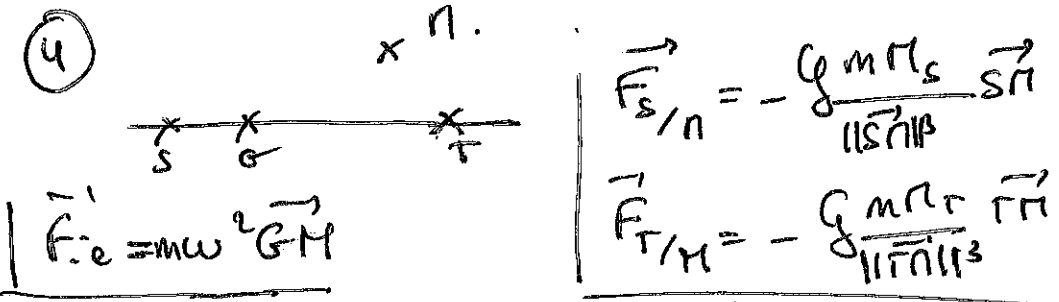
PFD à la Terre : dans R_G galiléen.

$$\begin{aligned} -M_T \frac{d^2 \vec{GT}}{dt^2} &= \vec{F}_{S/T} \\ \frac{d^2 \vec{GT}}{dt^2} &= - \frac{\pi_s G \vec{ST}}{\|\vec{ST}\|^3} = - \frac{\pi_s}{\pi_s + \pi_T} \frac{d^2 \vec{ST}}{dt^2} \\ \vec{R} = \vec{ST} \Rightarrow \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} &= - \frac{G(\pi_s + \pi_T)}{R^3} \vec{R} \end{aligned}$$

③

$$\begin{aligned} \text{ACU : } - \frac{v^2}{R} &= - \frac{G(\pi_s + \pi_T)}{R^2} \\ v = \frac{2\pi}{T} = R\omega & \quad R\omega^2 = \frac{G(\pi_s + \pi_T)}{R^2} \end{aligned}$$

④

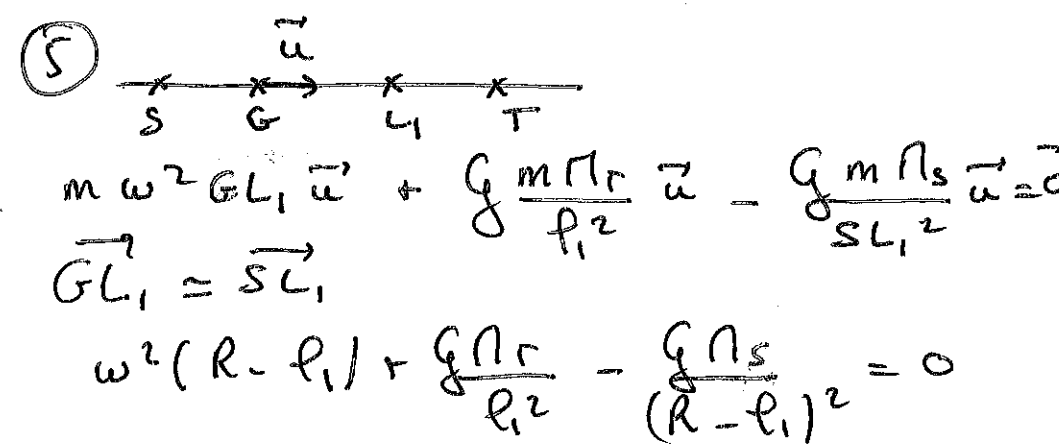


$$\begin{aligned} \vec{F}_{ie} &= m\omega^2 \vec{GM} \\ \vec{F}_{S/\pi} &= - \frac{G\pi_s \pi_s \vec{ST}}{\|\vec{ST}\|^3} \\ \vec{F}_{T/\pi} &= - \frac{G\pi_T \pi_T \vec{TT}}{\|\vec{TT}\|^3} \end{aligned}$$

Au niveau d'un point de Lagrange

$$\vec{F}_{ie} + \vec{F}_{S/\pi} + \vec{F}_{T/\pi} = \vec{0}$$

⑤



$$\begin{aligned} m\omega^2 GL_1 \vec{u} + \frac{G\pi_T \pi_T}{r_2^2} \vec{u} - \frac{G\pi_s \pi_s}{SL_1^2} \vec{u} &= \vec{0} \\ GL_1 = SL_1 & \\ \omega^2 (R - r_1) + \frac{G\pi_T}{r_2^2} - \frac{G\pi_s}{(R - r_1)^2} &= 0 \end{aligned}$$

⑥ $\epsilon = \frac{r_1}{R} \ll 1$

$$\omega^2 (1 - \epsilon) + \frac{G\pi_T}{R^3 \epsilon^2} - \frac{G\pi_s}{R^2 (1 - \epsilon)^2} = 0$$

$$\frac{G M_S}{R^3} (1 - \epsilon) + \frac{G M_T}{R^3 \epsilon^2} - \frac{G M_S}{R^3} (1 + 2\epsilon) = 0$$

$$3 \frac{G M_S}{R^3} + \frac{G M_T}{R^3 \epsilon^2} = 0 \Rightarrow \boxed{\epsilon = \sqrt[3]{\frac{M_T}{3 M_S}}}$$

$$\epsilon = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 10^{24}}{3 \cdot 2 \cdot 10^{30}}} = 14 \cdot 10^{-3} \ll 1$$

$$\underline{l = R \epsilon = 1,5 \cdot 10^6 \text{ km}}$$

⑦ Pour L_2 $\frac{G M_S (1 + \epsilon)}{R^3} - \frac{G M_T}{R^3 \epsilon^2} - \frac{G M_S}{R^3} (1 - 2\epsilon) = 0$

$$\hookrightarrow \underline{\epsilon_2 = \epsilon \text{ et } l_2 = l_1 = 1,5 \cdot 10^6 \text{ km}}$$

⑧  On a $M_T \ll M_S$

Dans le référentiel héliocentrique, le point de

masse m situé en L_3 peut être considéré comme $\vec{O} = -\frac{M_S}{R^3} (\vec{S} + \vec{T}) - \frac{M_T}{\|\vec{T}\|^3} \vec{T} + \frac{M_T M_S}{R^3} \frac{(\vec{T} + \vec{S})}{\|\vec{T}\|^3}$

uniquement soumis à l'attraction gravitationnelle

du soleil. Or sa période de révolution est $\left(-\frac{M_S}{R^3} - \frac{M_T}{\|\vec{T}\|^3} + \frac{M_T + M_S}{R^3} \right) \vec{T} = \vec{0}$

égale à celle de la Terre

$$\hookrightarrow 3^e \text{ loi de Kepler } \underline{S L_3 = S T = R}$$

⑨

x^{L_4}

Approximation
d'ordre 0



$$G = S$$

$$M_T = 0$$

$$m \omega^2 \vec{S L_4} - \frac{G M_S m}{\|\vec{S L_4}\|^2} \vec{S L_4} \approx \vec{0}$$

$$\hookrightarrow \omega^2 = \frac{G M_S}{R^3} = \frac{G M_S}{\|\vec{S L_4}\|^3}$$

$$\hookrightarrow \underline{\|\vec{S L_4}\| = R}$$

⑩ $\vec{O} = -\frac{m G M_S}{\|\vec{S}\|^3} \vec{S} - \frac{G m M_T}{\|\vec{T}\|^3} \vec{T} + m G \frac{(M_T M_S)}{R^3} \frac{\vec{T} + \vec{S}}{\|\vec{T}\|^3}$

x^{L_4}

Donc $\frac{M_T + M_S - A_S}{R^3} = \frac{A_T}{\|\vec{TL}_4\|^3}$

↳ $\|\vec{TL}_4\| = R$

- (11) Pour étudier le Soleil il faut se placer en L_1 (pas gêné par la Terre)
- (12) Pour étudier le CMB on se place en L_2 pour utiliser la Terre et se protéger des rayonnements solaires.
- (13) On peut rencontrer des satellites naturels en L_4 et L_5 où l'équilibre est stable.
- (14) Positionner des satellites en L_1 et L_2 est possible car il suffit de doter le satellite d'un système de correction de trajectoire.
De plus, on ne trouvera pas de satellite naturel au niveau de ces points.

(15) Les Troyens suivent la trajectoire de Jupiter. Ils gravitent autour du Soleil avec la même période que Jupiter.