MP*
MPI*

Transferts thermiques par conduction

Exercice 1 Isolation thermique

Une habitation est construite avec des murs en béton de 30 cm d'épaisseur. Proposer une solution d'isolation thermique permettant à un propriétaire de bénéficier d'un crédit d'impôt.

Exercice 2 Transferts thermiques au niveau d'une façade

On s'intéresse à une pièce à la température T_{int}, l'extérieur étant à $T_{ext} < T_{int}$. Pour modéliser les échanges par convection, pour l'air calme à la température T_a, on utilisera la loi de Newton avec un coefficient de transfert conducto-convectif $h = 10\,\mathrm{W \cdot m^2 \cdot K^{-1}}$.

La paroi qui sépare la pièce de l'extérieur est formée d'un mur de section $S = 5\,\mathrm{m}^2$, de conductivité thermique $\lambda_m = 2{,}2\,\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$ et d'épaisseur $e_m = 25\,\mathrm{cm}$, percé d'une fenêtre en verre de section $S = 5\,\mathrm{m}^2$, de conductivité thermique $\lambda_v = 1{,}2\,\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$ et d'épaisseur $e_v = 2{,}0\,\mathrm{mm}$.

1. Modéliser la résistance thermique R_{th} de la paroi par une association de résistances.
2. Calculer les valeurs de chacune de ces résistances et en déduire la résistance thermique du mur.

On installe des doubles vitrage composés de deux verres de section S_v , de conductivité thermique λ_v et d'épaisseur $e_a = 2{,}0\,\mathrm{mm}$, entre lesquels se trouve de l'air de conductivité thermique $\lambda_a = 2{,}6 \times 10^{-2}\,\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$.

3. Modéliser la résistance thermique R'_{th} de la nouvelle paroi par une association de résistances.
4. Calculer les valeurs de chacune de ces résistances.
5. Pourquoi fait-on des économies d'énergie grâce au double vitrage ?

Exercice 3 Gaine isolante

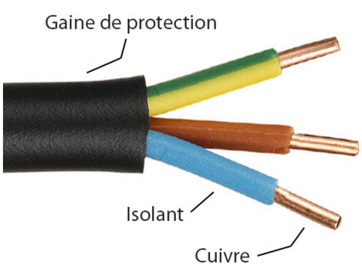


Figure 1 – câble électrique

On considère un câble électrique d'axe x, constitué d'une âme de cuivre et d'une gaine en PVC, de conductivité thermique λ et de rayons interne r_i et externe r_e. On note L la longueur du fil, parcouru par un courant d'intensité I.

1. Étude qualitative
   (a) Décrire qualitativement les phénomènes en jeu
   (b) À quelle(s) condition(s) la température ne dépend-elle que de r (coordonnées cylindriques) ? On suppose ces conditions vérifiées.
2. Équation de diffusion en géométrie cylindrique
   (a) Montrer que $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = -\dfrac{\Phi}{2\pi L \lambda r}$ où Φ est une grandeur à déterminer.
   (b) Résoudre l'équation précédente en prenant $T_i = T(r_i)$ comme condition aux limites.
3. Résistances thermiques
   (a) Exprimer la résistance thermique R_{th} du câble.

(b) Le câblage baigne dans l'air ambiant, à la température T_a. Il y a des échanges conducto-convectifs à la surface de la gaine, suivant la loi phénoménologique de Newton : $P_{conv} = h(T_e - T_a)$ (avec P_{conv} une puissance surfacique). Montrer qu'on a une relation de la forme $T_e - T_a = R'_{th}\Phi$.

(c) Donner une expression de T_i en fonction de T_a, R_{th}, R'_{th} et Φ.

4. Intensité maximale supportée par le câble

(a) On rappelle que pour un conducteur ohmique $R = \dfrac{\rho L}{S}$ où ρ est la résistivité et S la section du conducteur. Calculer la résistance électrique du fil de cuivre.

(b) Soit T_f la température de fusion de la gaine. Calculer la valeur maximale possible de l'intensité.

Données :
$T_a = 293\,\mathrm{K}$, $T_f = 350\,\mathrm{K}$, $r_i = 4{,}0\,\mathrm{mm}$, $r_e = 5{,}5\,\mathrm{mm}$, $\lambda = 0{,}2\,\mathrm{W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}}$, $h = 5{,}0\,\mathrm{W\cdot m^{-2}\cdot K^{-1}}$, $\rho = 1{,}7\times10^{-8}\,\Omega\mathrm{m}$, $L = 1{,}0\,\mathrm{m}$

Exercice 4 Pastille de combustible nucléaire

Soit un cylindre de combustible nucléaire de rayon $R = 5\,\mathrm{mm}$ et d'épaisseur $2e = 1\,\mathrm{mm}$ selon x ($x = 0$ au centre du cylindre). Il baigne dans l'eau du réacteur à $T_0 = 600\,\mathrm{K}$. Le combustible a une conductivité thermique $\lambda = 8\,\mathrm{W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}}$. La réaction nucléaire dégage une puissance $P = 750\,\mathrm{MW/m^3}$ par unité de volume du cylindre.

1. Justifier le fait que l'on peut négliger les échanges thermiques sur la paroi latérale du cylindre par rapport aux échanges sur les deux faces principales.
2. En déduire qu'en régime stationnaire, la température ne dépend que de x.
3. En faisant un bilan énergétique sur une tranche de cylindre d'épaisseur $\mathrm{d}x$, montrer que la température $T(x)$ dans le cylindre vérifie :
$$\frac{\mathrm{d}^2T}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{P}{\lambda}$$
4. Donner la solution générale $T(x)$ de cette équation. La simplifier en raisonnant sur la parité par rapport à x de $T(x)$
5. Les transferts thermiques sur les deux faces de la pastille sont modélisés par la loi de Newton avec un coefficient $h = 1000\,\mathrm{W\cdot m^{-2}\cdot K^{-1}}$.
   (a) Quelles sont les conditions aux limites en $x = 0$ et en $x = \pm e$?
   (b) En déduire la température des faces de la pastille.
   (c) En déduire l'expression complète de $T(x)$. Calculer la température au centre de la pastille.
   (d) Faire une représentation graphique.

Exercice 5 Taille des mammifères marins

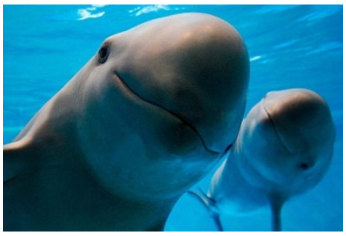


Figure 2 – Marsoin du Pacifique

Les mammifères sont des animaux à sang chaud dont la température reste constante. Pour maintenir leur température constante, leurs cellules sont le siège de réactions chimiques exothermiques qui dégagent une puissance volumique $\alpha = 100\,\mathrm{W/m^3}$. La puissance totale cédée par le mammifère au niveau de sa surface est notée P.
Afin de simplifier la géométrie du problème, les mammifères étudiés seront modélisés par des des sphères de rayon R, plongées dans de l'eau de conductivité thermique $\lambda = 0{,}6\,\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$ et de température $T_\infty = 300\,\mathrm{K}$ loin des animaux.

Diffusion thermique radiale dans une boule homogène

1. On modélise le mammifère par une boule homogène de rayon R. En faisant un bilan d'énergie sur un volume mésoscopique compris entre deux sphères de rayons r et $r + \mathrm{d}r$, montrer que l'énergie thermique reçue par ce système sous l'effet de la diffusion thermique, peut se mettre sous la forme :

$$\delta^2 Q = -4\pi \frac{\partial (r^2 j_{th})}{\partial r} \mathrm{d}r\mathrm{d}t + 4\pi r^2 \alpha \mathrm{d}r\mathrm{d}t$$

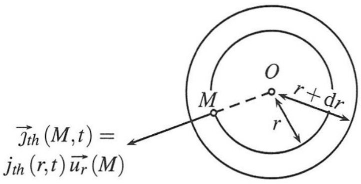


FIGURE 3 – Bilan d'énergie en géométrie sphérique

2. Déterminer l'EDP vérifiée par $T(r,t)$.

Équilibre thermique d'un marsouin dans l'eau

3. Exprimer $T_e(r)$ de l'eau autour du mammifère en fonction de P, λ, r et T_∞.
4. En déduire T_c, l'expression la température de l'eau au contact de l'animal. Dans la suite de l'exercice on prendra $T_c = 310\,\mathrm{K}$.
5. Exprimer la puissance thermique perdue par le mammifère en $r = R$ en fonction de T_c, λ, R, T_∞.
6. Le plus petit mammifère marin connu est le marsouin du Pacifique. Il mesure environ 1 m de long. Montrer que le métabolisme des mammifères impose aux mammifères marins une taille minimale. Comparer cette taille au marsouin du Pacifique.

Exercice 6 Conduction thermique entre deux sphères concentriques

On considère un matériau homogène compris entre deux sphères concentriques de centre O, de rayons a et b ($a < b$), de conductivité thermique λ, de capacité thermique massique c et de masse volumique μ. Les parois sphériques de ce matériau sont maintenues aux températures T_1 (pour $r = a$) et T_2 (pour $r = b$) et on suppose $T_1 > T_2$.

1. Écrire l'équation aux dérivées partielles que vérifiée par la température T en un point M , à l'instant t.
2. Déterminer, en régime permanent :
   (a) la température $T(r)$ en tout point M du matériau ;
   (b) la puissance thermique P_t transférée entre les deux sphères de rayons a et b ;
   (c) la résistance thermique R_t, de ce conducteur.

Exercice 7 Joyeux anniversaire !

Pour vos 20 ans, vous entreprenez de réaliser un gâteau au chocolat. Problème, vous disposez d'une recette pour 4 personnes alors que vous serez 8 autour de la table. Pour 4 personnes la recette prévoit un temps de cuisson de 30 min.

Combien de temps allez vous laisser le gâteau au four,

1. si vous doublez la hauteur du gâteau sans changer de moule ?
2. si vous prenez un moule dont la surface est deux fois plus grande (donc sans changer l'épaisseur du gâteau) ?

Exercice 8 Survie dans un igloo

Un matériau homogène est compris entre deux sphères concentriques de centre O, de rayons a et b ($a < b$), de conductivité thermique λ, de capacité thermique massique c et de masse volumique ρ. La sphère de rayon a est maintenue à la température T_1 et celle du rayon b à la température T_2 avec $T_2 < T_1$.

1. Établir l'équation aux dérivées partielles vérifiée par la température T dans le matériau entre les rayons a et b.
2. Dans le cas du régime stationnaire, déterminer la température en tout point du matériau, le flux thermique transféré entre les deux sphères ainsi que la résistance thermique de ce système.

FIGURE 4 – igloo

3. Quelle doit être l'épaisseur minimale des murs d'un igloo contenant 1 seul habitant si la température extérieure est de $-20\,°\mathrm{C}$ et qu'on souhaite maintenir l'intérieur à $+10\,°\mathrm{C}$?

Données :

— Conductivité thermique de la glace : $\lambda = 5 \times 10^{-2}\,\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$

— Puissance thermique dégagée par un humain : $\mathcal{P} = 100\,\mathrm{W}$

Exercice 9 Construction d'une cave (5/2 only)

Le propriétaire d'une maison envisage de construire une cave dans son jardin, directement creusée dans la terre. La fonction principale de cette cave non chauffée est de stocker des bouteilles de vin. Afin d'assurer la bonne conservation des bouteilles la température de la cave ne doit pas varier au cours de l'année de plus de $°2°C$. À quelle profondeur minimale la cave doit-elle être enterrée ?

Données :

— Capacité thermique de la terre végétale :$1350\,\mathrm{JK^{-1}kg^{-1}}$

— Densité de la terre végétale : $1,5$

Exercice 10 Simulation numérique du transfert thermique dans un mur

On étudie les transferts thermiques dans le mur d'une maison, figure 5. La température à l'intérieur de la maison est constante dans le temps et égale à $T_{int} = 20\,°\mathrm{C}$. Pour $t < 0$, la température extérieure est égale à $T^1_{ext} = +10\,°\mathrm{C}$. À $t = 0$, la température extérieure chute brusquement à $T^2_{ext} = -10\,°\mathrm{C}$ et reste égale à cette valeur pour tout $t > 0$ (figure 6). L'objet de cet exercice est d'étudier l'évolution du profil de température dans le mur au cours du temps.

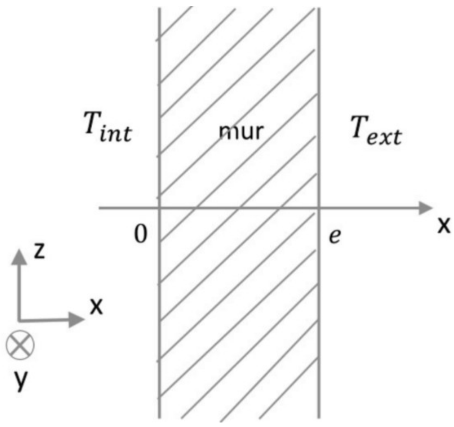


FIGURE 5 – Dimensionnement du mur

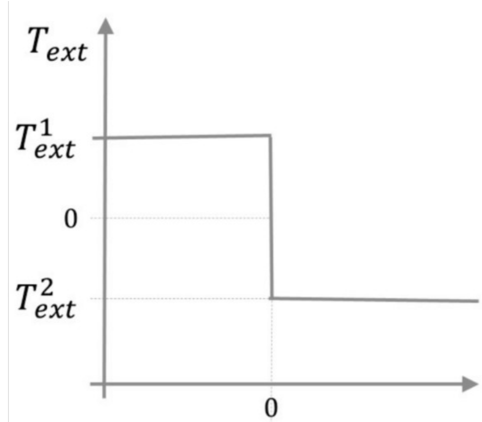


FIGURE 6 – Évolution de la température extérieure

Le mur a une épaisseur $e = 40\,\mathrm{cm}$. Les propriétés physiques du mur sont constantes : conductivité thermique $\lambda = 1{,}65\,\mathrm{W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}}$, capacité thermique massique $c = 1000\,\mathrm{J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}}$, masse volumique $\rho = 2150\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.

1. **Étude préliminaire :**

   On suppose que la température dans le mur T ne dépend que du temps t et de la coordonnée x.

   (a) À quelle condition peut-on supposer que la température ne dépend pas des coordonnées y et z ?

   (b) Donner l'équation générale qui décrit le transport de chaleur dans un solide en l'absence de source d'énergie. Comment cette équation se simplifie-t-elle sous les hypothèses de la question précédente ?

   On envisage plusieurs types de conditions aux limites.

   — La température est imposée aux limites du système.

   — La paroi extérieure est isolée par un matériau de très faible conductivité.

   (c) Traduire chacune de ces conditions aux limites sur la fonction $T(t, x)$ et/ou sa dérivée.

   Dans toute la suite, on adoptera des conditions aux limites de type température imposée.

   (d) Résoudre l'équation obtenue à la question 1b en régime permanent, avec les conditions aux limites de type températures imposées :

   — pour un instant particulier négatif $t_1 < 0$,

   — pour un instant particulier positif $t_2 > 0$, très longtemps après la variation de température extérieure, quand le régime permanent est de nouveau établi dans le mur.

   (e) Quelle est la nature des profils $T(x)$ obtenus (en régime permanent) à ces deux instants ?
   Tracer à la main les deux profils sur un même graphique.

   (f) Sur le même graphique, tracer à la main qualitativement les profils intermédiaires à différents instants entre la variation brutale de la température extérieure ($t = 0$) et l'instant t_2 où le régime est de nouveau permanent.

2. **Étude du cas général par méthode aux différences finies :**
On divise l'intervalle $[0, e]$, représentant l'épaisseur du mur, en N intervalles. Les points d'abscisse x_i sont numérotés de 0 à N et régulièrement espacés de Δx (figure 7). La distance Δx est appelée le « pas d'espace ».

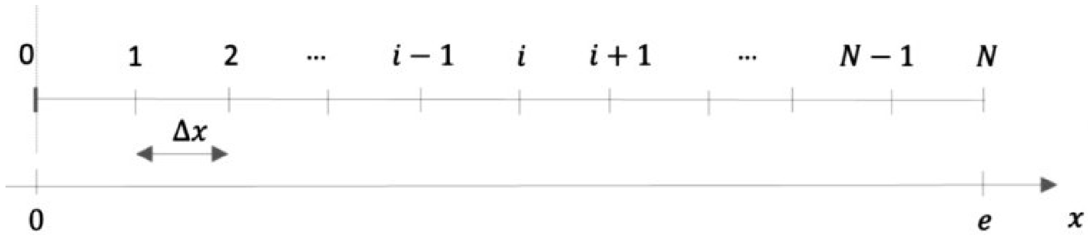


FIGURE 7 – Discrétisation de l'espace

(a) Donner l'expression de Δx en fonction de N et de l'épaisseur du mur e.

(b) Donner l'abscisse x_i du i^{eme} point en fonction de i et Δx, sachant que $x_0 = 0$ et $x_N = e$.

Le temps est discrétisé en K intervalles de durée Δt et on ne s'intéresse au profil de température qu'aux instants particuliers $t_k = k\Delta t$. L'intervalle élémentaire de temps Δt est appelé le « pas de temps ».
On note T_i^k la température $T(t_k, x_i)$, évaluée au point d'abscisse x_i à l'instant t_k. De même, on note $T_{i+1}^k = T(t_k, x_i + \Delta x)$, $T_{i-1}^k = T(t_k, x_i - \Delta x)$ et $T_i^{k+1} = T(t_k + \Delta t, x_i)$.

(c) Montrer que, dans le cadre d'une étude discrétisée en temps et en espace, l'équation aux dérivées partielles déterminée en question 1b peut se mettre sous la forme du schéma numérique suivant :

$$T_i^{k+1} = rT_{i-1}^k + (1 - 2r)T_i^k + rT_{i+1}^k$$

Préciser la valeur du paramètre r en fonction de Δx, Δt et du coefficient de diffusion thermique D.

L'équation précédente est appelée schéma numérique explicite. Si on connaît la température en tous les points $x_0, x_1, x_2, \cdots, x_i, \cdots, x_N$ à l'instant t_0 et les conditions aux limites en $x = 0$ et $x = e$ pour tout t, on peut calculer la température en tout point d'abscisse x_i du mur à tout instant $t_k > 0$.

Dans la suite de l'exercice on cherche à construire une matrice $\mathbf{T}$ de taille $(K + 1) \times (N + 1)$ et dont chaque terme $T_i^k = T(t_k, x_i)$:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_0^0 & T_1^0 & \cdots & T_{N-1}^0 & T_N^0 \\ T_1^0 & T_1^1 & \cdots & T_{N-1}^1 & T_N^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_0^K & T_1^K & \cdots & T_{N-1}^K & T_N^K \end{pmatrix}$$

(d) Dans le fichier `diffusion.py` écrit en langage Python,construire la matrice **TCL** telle que :
— les termes de la première colonne sont égaux à T_{int} ;
— les termes de la dernière colonne sont égaux à T_{ext}^2 à l'exception du terme sur la première ligne qui prend la valeur T_{ext}^1 ;
— les termes de la première ligne correspondent aux valeurs de température déterminées pour $t < 0$
— tous les autres termes sont nuls

(e) Le schéma numérique obtenue en question 2c n'est stable que si $r < \dfrac{1}{2}$. Programmer un test qui avertit l'utilisateur si cette condition n'est pas respectée.

(f) Élaborer une fonction `schema_numerique` qui prend en argument la matrice **TCL** et qui renvoie la matrice **T**.

Exercice 11 Transfert par conduction et (ir)réversibilité

Afin de modéliser un échangeur thermique, on considère une barre de section S et de longueur L, de conductivité thermique λ (on négligera les autres modes de transfert thermique) qui a, en régime permanent, ses deux extrémités aux températures T_1 (en x_1) et T_2 (en $x_2 > x_1$).

1. Exprimer le flux thermique *phi* qui se propage suivant $\overrightarrow{u_x}$.

2. Faire un bilan d'entropie pendant dt et donner :
   (a) la variation d'entropie dS ;
   (b) l'entropie échangée δS_e ;
   (c) l'entropie créée δS_c.

   Interprétation :
3. Le précédent résultat est-il conforme au second principe ?
4. Comment faire pour rendre le processus réversible ? Qu'est-ce que cela impose pour ϕ ?
5. Montrer que, pour minimiser les irréversibilités tout en conservant un flux non nul, il faut que $T_1 - T_2 = \delta T \ll T_1$.

Exercice 12 Chaleur en perdition

Avant tout, les murs d'une habitation sont faits pour être solides. Toutefois, quiconque paie des factures de chauffage sait qu'ils doivent être aussi isolants, et déplore que cela ne suffise pas à garder la chaleur dans la maison. Un peu de bon sens physique explique pourquoi, et identifie les cinq déperditions thermiques fréquentes dans une maison.

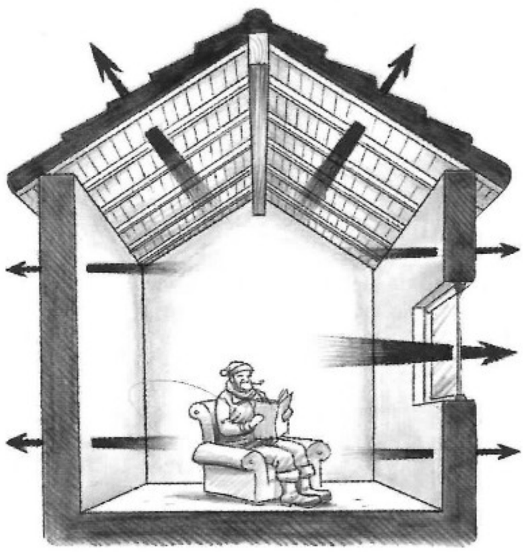
« Ferme la porte : Il fait froid dehors ! »

Mille fois entendue, cette exclamation démontre que tout le monde connaît la plus banale des pertes thermiques de la maison : le remplacement de l'air chaud intérieur par de l'air extérieur froid. Un calfeutrage soigneux règle-t-il le problème ? Oui, mais il en crée un autre. Pour que l'habitation soit saine, l'air intérieur chargé en dioxyde de carbone doit souvent être remplacé par de l'air extérieur, riche en oxygène. Selon les normes actuelles pour les habitations, le volume d'air des pièces principales doit être renouvelé une fois par heure. Ainsi 10 kilowattheures par jour sont nécessaires pour réchauffer de 15 °C l'air d'un appartement de 50 mètres carrés si l'on renouvelle l'air une fois par heure.

C'est pour restreindre cette perte, que les bureaux et autres grands ensembles sont souvent équipés d'une ventilation mécanique assortie d'un échangeur de chaleur. Avant d'être introduit dans les pièces, l'air entrant est réchauffé par l'air chaud qui circule dans des tuyaux. Dans certains échangeurs, l'air chaud est évacué par un tuyau qui chemine à l'intérieur du circuit par lequel est introduit l'air froid. De telles géométries « à contre-courant » sont si efficaces que l'air entrant y atteint presque la température de l'air intérieur.

1. L'intrusion d'air froid dans les habitations est le principal facteur de déperdition thermique.

2. Les parois en contact avec l'extérieur, notamment les vitrages, sont une source importante de déperdition de chaleur.



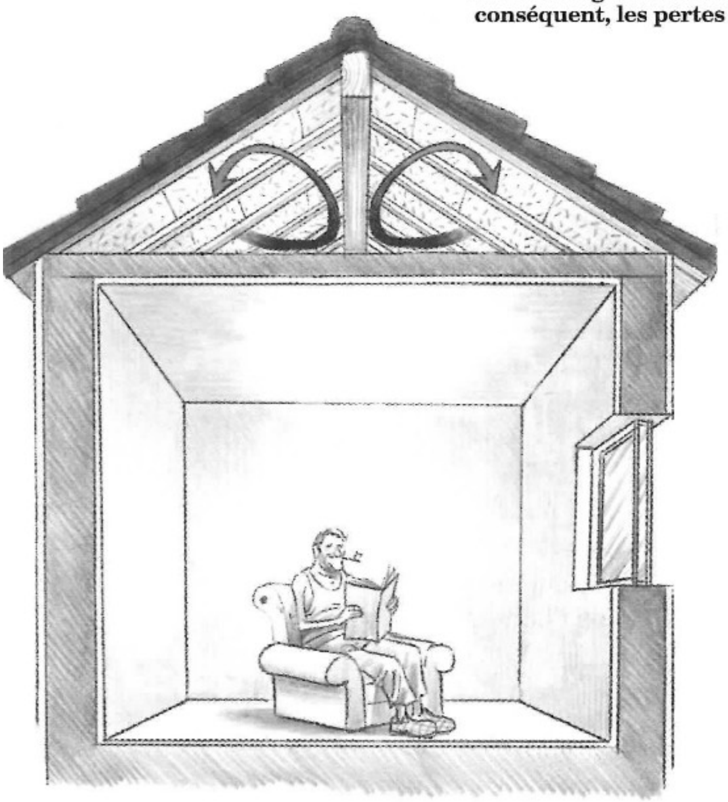
Une fois les portes closes, et les enfants assez disciplinés pour les fermer dès qu'elles sont ouvertes, c'est par les parois que fuit la chaleur. La conduction thermique à travers les murs, le toit, les portes, les fenêtres ou encore le sol, est la deuxième des principales formes de déperdition de chaleur. Expression macroscopique de l'agitation microscopique désordonnée des atomes et des molécules qui constituent la matière, la chaleur se propage de proche en proche par l'intermédiaire des particules qui s'entrechoquent. Ainsi, quand un milieu plus ou moins conducteur relie deux corps, il transmet la chaleur du corps le plus chaud vers le corps le plus froid. Les températures des deux corps ainsi reliés s'uniformisent en un temps inversement proportionnel à la conductivité thermique du milieu de transmission. Notons toutefois que la géométrie du milieu de transmission influe aussi sur la durée d'uniformisation thermique : quand son épaisseur double ou que sa surface de contact avec l'un des deux corps est réduite de moitié, cette durée double.

La conductivité thermique d'un matériau dépend de sa densité, car plus les particules par unité de volume sont nombreuses, plus les chocs sont fréquents. De fait, les métaux sont de bien meilleurs conducteurs thermiques que le béton, qui lui-même conduit mieux que le bois. L'acier transmet 52 watts par mètre et par degré, le béton 1,75 et le bois, un bon isolant, seulement 0,06. Les gaz arrêtent aussi très bien la chaleur. L'air, par exemple, a une conductivité de 0,025 watt par mètre et par degré. Toutefois le meilleur de tous les isolants est tout simplement le vide. La raison en est simple : dans une région sans matière, il ne peut pas y avoir de chocs entre particules. C'est pourquoi les bouteilles Thermos, où l'on fait le vide entre les doubles parois, retiennent si bien la chaleur. En fait, le vide serait un isolant parfait, s'il ne laissait pas passer une autre forme d'énergie thermique : le rayonnement infrarouge qu'émet tout corps chaud.

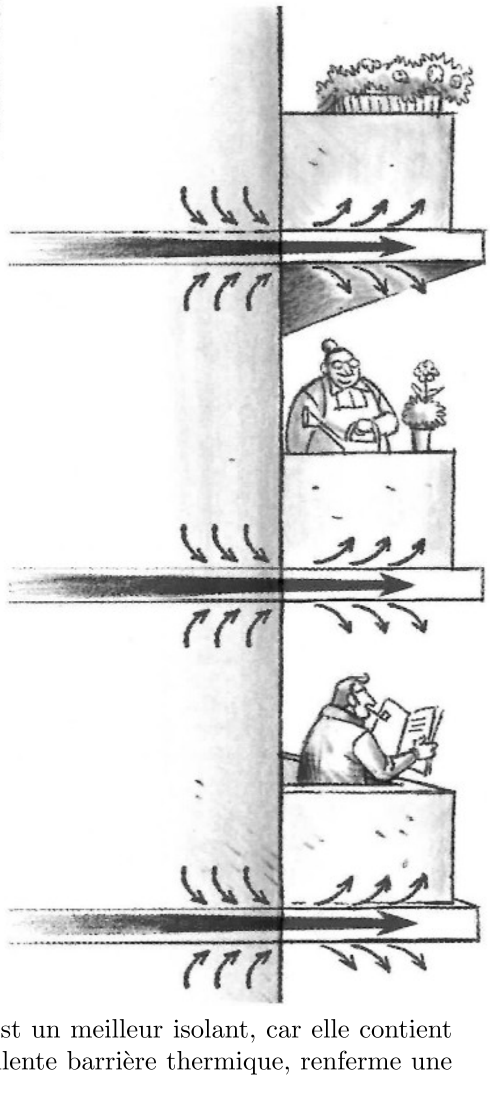
Limiter les pertes par conduction

Que faire pour limiter les pertes par conduction ? Isoler ! Le mieux n'est-il pas de construire sa maison en matériaux isolants ? C'est difficile, car les matériaux isolants sont rarement assez solides pour cela, sauf à prévoir une épaisseur de mur digne d'un château fort. Seul le bois est un isolant à la fois léger et solide, raison pour laquelle il est très utilisé dans les pays nordiques, où abondent les forêts. Très employé, le béton conduit malheureusement bien la chaleur. S'il est massivement utilisé dans une maison, les couches d'isolants sont indispensables. Les isolants courants sont tous à base d'air, le meilleur isolant après le vide.

3. En l'absence de laine de verre, l'air circule sous les toits et se refroidit. La laine de verre évite les déperditions de chaleur par le toit et limite les pertes par le plafond.



4. Les structures, tels les balcons qui sont en contact à la fois avec l'air chaud intérieur et l'air froid extérieur, se comportent comme des ailettes de radiateur: elles favorisent les échanges de chaleur et, par conséquent, les pertes thermiques.



Ainsi, bien que le verre soit un bon conducteur thermique, la laine de verre est un meilleur isolant, car elle contient 99 pour cent d'air ! Autre exemple, le polystyrène expansé, lui aussi une excellente barrière thermique, renferme une multitude de micro-bulles d'air. C'est aussi le cas de la neige gelée dont les Esquimaux construisent leurs igloos.

Malgré sa très faible conductivité thermique, l'air est la troisième cause importante de déperdition thermique dans une maison. Comment est-ce possible, alors que ce gaz est un si bon isolant ? Les apparences sont trompeuses : l'air n'isole que s'il est strictement immobile. Nous savons tous que la sensation de froid est moins forte par un matin calme à $-10\,°C$ que par un matin venteux où il fait $0\,°C$. En effet, l'air en mouvement transporte la chaleur avec une redoutable efficacité, un phénomène désigné par le terme de convection. À l'intérieur d'une maison, la convection est soit précieuse, soit gênante. Elle est précieuse quand elle aide à homogénéiser la température des pièces habitées. Ainsi, elle peut être forcée à l'aide d'un ventilateur placé devant une source d'air chaud. D'emploi fréquent dans les hôtels, les ventilo-convecteurs sont bâtis sur ce principe ; la convection qu'ils créent uniformise vite la température, ce qui augmente la sensation de confort. En revanche, dans les convecteurs sans ventilateurs, la convection est naturelle : l'air chaud produit au contact de résistances électriques quitte le radiateur par le haut (ce qui crée un mouvement d'aspiration de l'air froid situé en dessous), s'élève et crée une circulation d'air dans la pièce. À mesure qu'il s'élève, il échange de la chaleur avec l'air ambiant plus froid et se refroidit. Sa densité augmente et il finit par redescendre. En revanche, la convection est gênante quand elle se crée dans les combles. Le phénomène a souvent une ampleur insoupçonnée. Pour le minimiser, il faut limiter les mouvements de l'air, par exemple en déposant un couche épaisse de laine de verre sous le toit.

Une fois les murs et le toit isolés, restent les ouvertures. Elles représentent la quatrième grande cause de déperdition thermique. Ainsi, la perte d'énergie à travers une seule fenêtre de 2 mètres carrés est la même qu'à travers une façade normale de 100 mètres carrés. Les fenêtres créent de grandes fuites thermiques à cause de leurs carreaux en verre. À épaisseur égale, le verre conduit à peu près aussi bien la chaleur que le béton. Or, les carreaux de verre sont au moins 50 fois moins épais que les murs de béton. Une fois de plus, l'une des meilleures protections est à base d'air : les doubles vitrages. L'intervalle entre les carreaux y est si étroit que l'air se trouve immobilisé ; sa conductivité thermique 100 fois plus faible que celle du verre joue alors à plein son rôle d'isolant. Pour augmenter encore les économies d'énergie, on peut aussi utiliser des vitrages particuliers, dont l'une des parois a été revêtue d'une couche d'oxyde métallique qui bloque le rayonnement thermique.

Effets d'ailettes

Non moins sournoise, la cinquième grande forme de déperdition thermique est la conduction à travers les structures du bâti. Outre son enveloppe, une maison comprend aussi des dalles et des murs porteurs, éventuellement prolongés dans le sol par des fondations ou vers l'extérieur par des balcons. Tous ces éléments structurels sont à la fois en contact avec l'air chaud intérieur et avec l'extérieur. Quand une bonne partie de leur surface est exposée à l'extérieur, ils se comportent comme de véritables ailettes de radiateur. Ces structures sont des lames métalliques ajoutées sur un radiateur pour augmenter la surface de contact entre le corps chaud et l'air froid. Les ailettes contournées des radiateurs de microprocesseurs illustrent bien le phénomène ; leur surface de contact avec l'air-est si grande que leur taille excède celle de la puce qu'elles refroidissent ! Or, un mur de soutènement perpendiculaire à la façade ou à la dalle qui soutient un balcon a le même effet qu'une ailette. Pour le constater, placez-vous à l'intérieur d'une pièce et passez votre main sur un tel mur en la rapprochant de la façade ; vous constaterez qu'à environ 70 centimètres de la façade, la température du mur diminue. C'est là que commence la portion du mur qui diffuse au maximum. Le mur se comporte comme une « ailette » de la maison.

Dans une maison, les pertes dues à la conduction à travers les structures reliant l'intérieur à l'extérieur représentent souvent jusqu'à cinq pour cent des pertes totales. Comment les réduire ? Le mieux est de recourir à une isolation extérieure de la façade. Ainsi, les habitants des pays du Nord habillent de bois, d'ardoises, de plaques goudronnées les murs de pierre ou de béton de leurs maisons, et introduisent de la paille dans les interstices.

Suivant la configuration de la maison, certains mécanismes de déperdition de chaleur prédomineront. Les mesures prises pour les réduire devront être adaptées à ces mécanismes particuliers. Une fois les fuites d'air et les pertes de chaleur par conduction maîtrisées, il importe de contrecarrer les effets sournois de la convection. Faire poser des doubles vitrages sera peu utile si des échanges d'air excessifs avec l'extérieur subsistent. La recherche d'un bon équilibre thermique est affaire de compromis.

Texte de Jean-Michel COURTY et Roland LEHOUCQ

Idées de physique ©Pour la Science N°281 - mars 2001.

La chaleur quitte la maison par 1 000 chemins, mais 5 sont plus fréquents.

Questions :

1. Vérifier que ≪ 10 kilowattheures par jour sont nécessaires pour réchauffer de 15 °C l'air d'un appartement de 50 mètres carrés si l'on renouvelle l'air une fois par heure ≫. On donne la masse volumique de l'air $\mu = 1{,}3\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$ et sa capacité thermique massique à pression constante $c_p = 1\times 10^3\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{kg}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$.
2. Représenter schématiquement un échangeur thermique ≪ à contre courant ≫.
3. Définir la résistance thermique R_{th} d'un ≪ milieu plus ou moins conducteur [qui] relie deux corps ≫ et vérifier que R_{th} est ≪ inversement proportionnel à la conductivité thermique du milieu de transmission ≫
4. Vérifier également que ≪ quand son épaisseur double ou que sa surface de contact avec l'un des deux corps est réduite de moitié ≫ R_{th} double.
5. Vérifier enfin que ≪ la perte d'énergie à travers une seule fenêtre de 2 mètres carrés est la même qu'à travers une façade normale de 100 mètres carrés ≫. On fera un schéma qui représente l'équivalent électrique dans le cas de la fenêtre et de la façade.
6. Faire un schéma et expliciter les grandeurs présentes dans la loi de Newton ($\delta Q = Sh(T_s - T_a)\mathrm{d}t$ dans le cadre de l'effet ailette induit par la présence d'un balcon. On donne $h = 15\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{K}^{-1}$ pour l'interface béton-air.
7. On considère la dalle en béton d'un balcon de section rectangulaire de cotés $a = 10\,\mathrm{cm}$, suivant l'axe y, $b = 2\,\mathrm{m}$ suivant l'axe x et $L = 1{,}2\,\mathrm{m}$ suivant l'axe z. Elle est fixée à une paroi à température $T_0 = 20\,°\mathrm{C}$ et $z = 0$ et est en contact avec l'air de température $T_a = 5\,°\mathrm{C}$. Montrer que l'équation différentielle à laquelle obéit en régime permanent la température $T(z)$ de l'ailette peut s'écrit :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{T(z)}{\delta^2} = -\frac{T_a}{\delta^2}$$

8. Résoudre cette équation, en supposant l'ailette de longueur infinie. À quelle condition concrète l'hypothèse ≪ ailette infinie ≫ est elle légitime ? Est ce le cas ici ?
9. Quelle est alors la puissance thermique évacuée par l'ailette ? Commenter.