MP*
MPI*
Révisions de première année

Électrocinétique

Exercice 1 Régime transitoire d'un circuit RLC

On considère le circuit RLC qui est alimenté par un générateur de tension continue E.

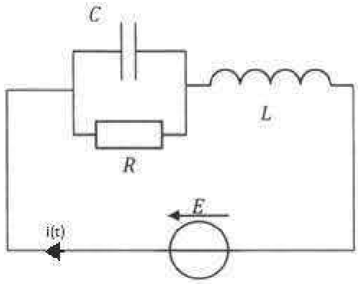


Figure 1 – Schéma du montage

1. On allume le générateur de tension à l'instant $t = 0$. Pour $t = 0^-$, le courant dans la bobine est nul et le condensateur est déchargé. Établir l'équation différentielle vérifiée par le courant circulant dans la bobine d'inductance L.
2. Écrire cette équation sous la forme canonique en introdui *sant le facteur de qualité Q et la pulsation propre ω_0.
3. Déterminer la valeur du courant ainsi que sa dérivée à l'instant initial ($t = 0^+$).
4. Déterminer les expressions générales de l'intensité $i(t)$ en fonction de la valeur de Q sans déterminer les constantes.
5. À quelle condition sur les composants le circuit se met-il à oscille ? Proposer des valeurs réalistes de R, L, et C dans ce cas.
6. Tracer l'allure de l'intensité au cours du temps et déterminer la pseudo-période et le facteur de qualité avec les valeurs choisies.
7. Tracer l'allure du portrait de phase.

Exercice 2 Étude du filtre de Hartley

On considère le montage ci-dessous :

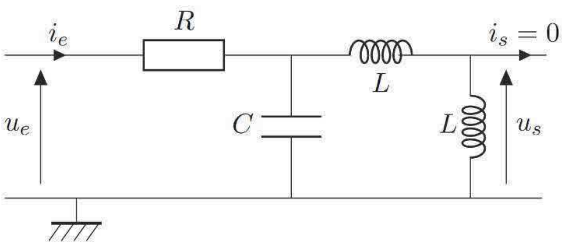


Figure 2 – Schéma du montage

2. Montrer que la fonction de transfert se met sous la forme :

$$\underline{H}(jf) = \frac{\alpha}{1 + jQ\left(\dfrac{f}{f_0} - \dfrac{f_0}{f}\right)}$$

où Q, α et f_0 sont des constantes à déterminer en fonction de R, L, et C.

On donne le diagramme de Bode en amplitude obtenu pour $Q = 10$.

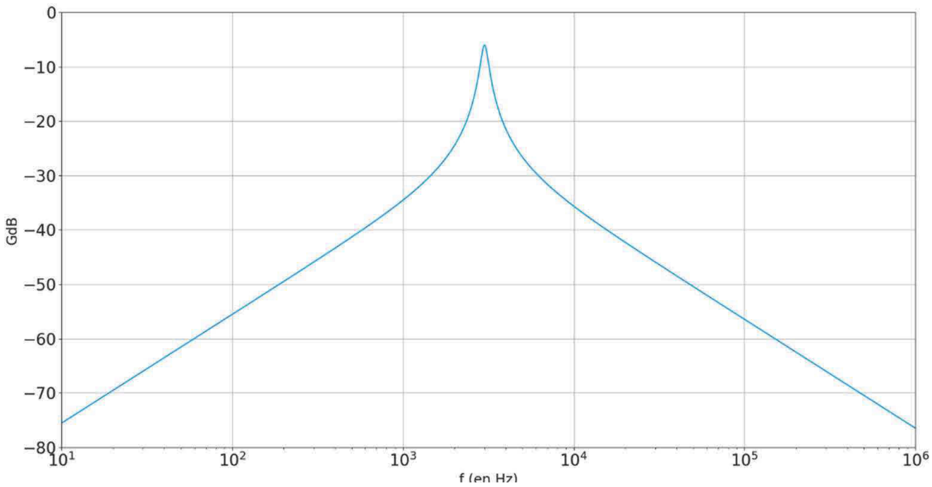


FIGURE 3 – Diagramme de Bode en amplitude

3. Donner la valeur des pentes des asymptotes. Que vaut α d'après le graphe. Est-ce cohérent avec votre calcul.
4. Pour quelle valeur de fréquence les signaux d'entrée et de sortie sont-ils en phase ?

Le signal d'entrée de ce montage est un signal triangle de fréquence $f_s = 1{,}0\,\text{kHz}$, de valeur moyenne $E_0 = 1\,\text{V}$ et d'amplitude $E_1 = 2\,\text{V}$. Les termes principaux de la décomposition en série de Fourier du signal d'entrée donnent :

$$u_e(t) = E_0 + \frac{8E_1}{\pi^2}\left(\cos(2\pi f_s t) + \frac{1}{9}\cos(6\pi f_s t) + \frac{1}{25}\cos(10\pi f_s t) + \ldots\right)$$

5. Tracer l'allure du signal d'entrée ainsi que son spectre.
6. Donner l'expression approchée de $u_s(t)$. Justifier le nom « tripleur de fréquence ».
7. On réalise le spectre du signal d'entrée avec un algorithme de FFT, commenter ce spectre.

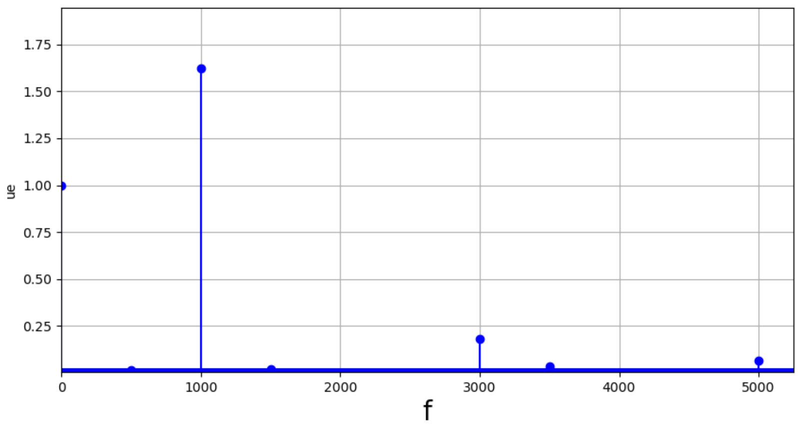


FIGURE 4 – Spectre du signal d'entrée obtenu par l'algorithme de FFT

Mécanique

Exercice 3 Looping

Un skater assimilé à un point matériel M de masse m, se lâche sans vitesse initiale depuis le point A d'une rampe, situé à une hauteur h au-dessus de O, point le plus bas de la rampe. A partir du point O, la rampe a une forme cylindrique de rayon a : le skater peut rouler à l'intérieur de ce cylindre en restant dans le plan vertical (Oxy), et éventuellement faire le tour complet. Le contact est sans frottement sur toute les surfaces.

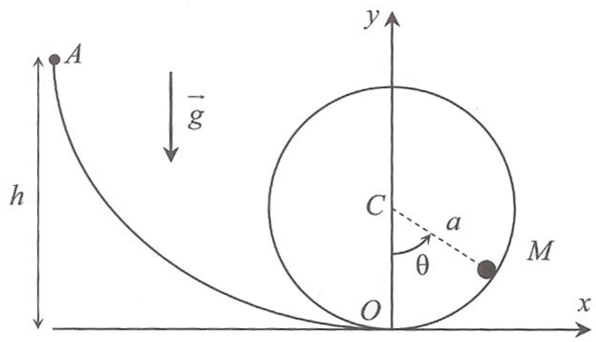


FIGURE 5 – Schéma de la rampe

On note $\vec{g} = -g\vec{e_y}$ l'accélération de la pesanteur, et on désigne par $\vec{e_r} = \dfrac{\overrightarrow{CM}}{CM}$ le vecteur unitaire radial par rapport au cercle.

1. Déterminer la norme v_O de la vitesse du skater lorsqu'il arrive en O.
2. Déterminer la norme v_M de la vitesse du skater lorsqu'il arrive en un point M quelconque du cercle repéré par l'angle θ.
3. Montrer que la réaction exercée par le support cylindrique sur le skater s'exprime :
$$\vec{R} = -mg\left(\frac{2h}{a} + 3\cos\theta - 2\right)\vec{e_r}$$
4. Que se passe-t-il si, en un certain point du cylindre, v s'annule alors que $\vec{R}$ est non nul ? (aucun calcul attendu)
5. Que se passe-t-il si, en un certain point du cylindre, $\vec{R}$ s'annule alors que v est non nulle ?
6. Déterminer la valeur minimale que doit avoir la hauteur h pour que le patineur puisse faire un tour complet du cylindre.

Exercice 4 Suspension d'une voiture

La suspension d'une voiture est assurée par quatre systèmes supposés identiques et indépendants, montés entre le châssis et chaque arbre de roue. Ils sont constitués chacun :

— d'un ressort hélicoïdal de constante de raideur $k = 22\,\mathrm{kN}$ et de longueur à vide L_0 ;

— d'un amortisseur tubulaire à piston, fixé parallèlement au ressort, exerçant une force de frottement visqueux linéaire $\vec{f} = -\mu\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{u}_z$ avec $\mu = 800\,\mathrm{SI}$.

FIGURE 6 – Schéma d'un amortisseur

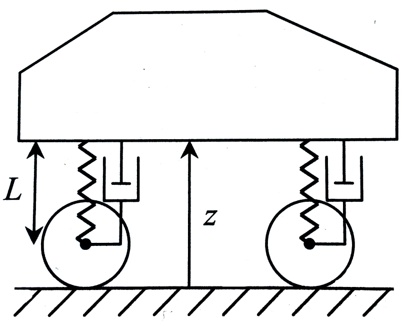


FIGURE 7 – Modélisation de la voiture

On suppose que la masse $M = 1200\,\text{kg}$ de la voiture est toujours également répartie entre les quatre systèmes, de sorte qu'au niveau d'une roue, le système est équivalent à une caisse de masse $m = 300\,\text{kg}$ indépendante du reste du véhicule.

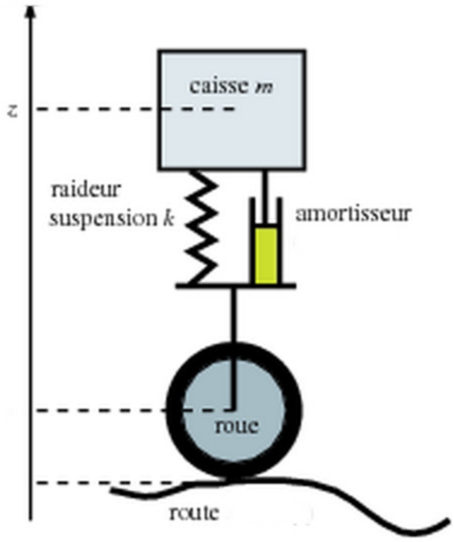


Figure 8 – Modélisation de la suspension au niveau d'une roue

L'origine O du repère est prise au centre de masse G de la caisse lorsque celle-ci est immobile par rapport à l'axe vertical Oz dans sa position d'équilibre.
On note $\overrightarrow{OG}(t) = z(t)\overrightarrow{u}_z$ la position du centre de masse de la caisse à l'instant t.
La voiture rencontre une bosse à l'instant initial. A cet instant, $z(0) = z_0 = 5\,\text{cm}$ et $\left(\dfrac{\mathrm{d}z}{dt}\right)_{t=0} = 0$.

1. Préciser l'unité de μ.
2. Écrire l'équation du mouvement vertical de G satisfaite par $z(t)$.
3. Montrer, en utilisant les valeurs numériques, que le mouvement de G est pseudo-périodique.
4. La fonction $z(t)$ étant de la forme $z(t) = A\exp(-\alpha t)\cos(\omega t + \varphi)$, donner l'expression de α en fonction de m et μ ainsi que l'expression de ω en fonction de μ, m et k.
5. Calculer la valeur numérique de la pseudo-période T du mouvement.
6. Exprimer A et $\tan\varphi$ en fonction de z_0, α et ω. Calculer numériquement A et φ ;
7. Le réglage des amortisseurs est modifié. Cela se traduit par une modification de la valeur de μ par rapport à la situation précédente Avec ce nouveau réglage, le mouvement de la caisse correspond au régime critique.
   (a) Quelle est alors la relation entre m, k et μ ? En déduire la nouvelle valeur de μ.
   (b) Donner la nouvelle expression de $z(t)$ en fonction de z_0 et $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

Exercice 5 Satellite circulaire

Dans le référentiel géocentrique (supposé galiléen), un satellite artificiel de masse m se déplace suivant une orbite circulaire de rayon $r = R_T + h$ autour du centre de la terre (h étant son altitude par rapport à la surface terrestre).

1. Montrer que le mouvement du satellite autour de la Terre est plan.
2. Montrer que la vitesse v est constante, et donner sa valeur en fonction de G, M_T, R et h.
3. En déduire la période T du mouvement, et que la constante $\dfrac{T^2}{r^3}$ est la même pour tous les satellites.
4. Exprimer l'énergie cinétique et l'énergie mécanique du satellite ; quelle est la relation simple entre les deux ? Commenter le signe de l'énergie mécanique.
5. Un satellite est dit géostationnaire s'il est immobile par rapport au référentiel terrestre. Quelle est alors sa période ? En déduire son altitude h
6. Un satellite est initialement immobile par rapport à la terre, sur une base de lancement située à une latitude λ. Une fusée lui fournit un travail W pour l'amener sur son orbite avec la vitesse initiale calculée précédemment.

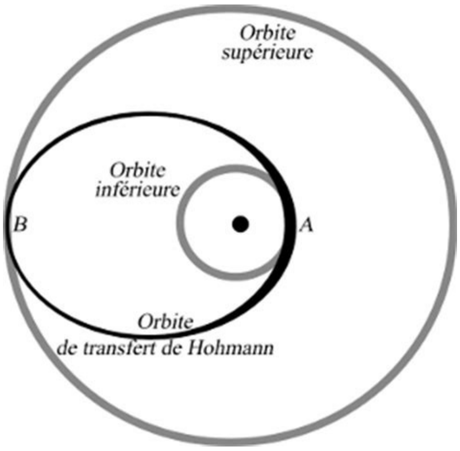
(a) Quelle est l'énergie mécanique du satellite avant son lancement (on n'oubliera pas de tenir compte de la rotation de la terre) ?

(b) Calculer le travail W que la fusée doit fournir au satellite. Où doit-on placer de préférence la base de lancement ?

Données : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ SI $\quad M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg $\quad R_T = 6400$ km

Exercice 6 Transfert d'orbite

On veut transférer un satellite S de masse m initialement sur une orbite circulaire basse d'altitude $h_1 = 500$ km à une orbite d'altitude $h_2 = 36\,000$ km.
Pour cela, on utilise une orbite elliptique de transfert (de A à B) dite de ellipse de Hohmann dont la Terre est un foyer.



1. Exprimer puis calculer la vitesse v_1 du satellite sur l'orbite basse.
2. Exprimer l'énergie mécanique du satellite E_1 sur sa trajectoire basse.
3. Exprimer l'énergie mécanique du satellite E_3 sur l'orbite de transfert.
4. Que faut-il apporter au satellite au point A pour qu'il passe sur l'orbite de transfert ? Exprimer et calculer l'écart de vitesse Δv_A nécessaire.
5. Quelle action faut-il avoir sur le satellite en B pour qu'il passe sur l'orbite haute ? Exprimer puis calculer l'écart de vitesse nécessaire.
6. Exprimer et calculer la durée du transfert. (entre A et B)

Données : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ SI $\quad M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg $\quad R_T = 6400$ km

Exercice 7 Oscillations d'un cadre

Un solide (S) est constitué de deux tiges homogènes AO et OB, rigidement liées l'une à l'autre, faisant entre elles un angle constant $\frac{\pi}{2}$ rad. Chaque tige a pour masse m et pour longueur $2l$. (S) peut tourner autour d'un axe horizontal $\Delta = (Oz)$ passant par O.
La liaison en O est une liaison pivot parfaite. Un ressort de masse négligeable, de constante de raideur k, est accroché à l'une de ses extrémités en A, l'autre extrémité C étant maintenue fixe. Lorsque l'ensemble est en équilibre dans le champ de pesanteur supposé vertical et uniforme, AO est horizontal et OB est vertical.
Le moment d'inertie de l'ensemble des deux tiges par rapport à l'axe Δ vaut $J_\Delta = \frac{8}{3}ml^2$.

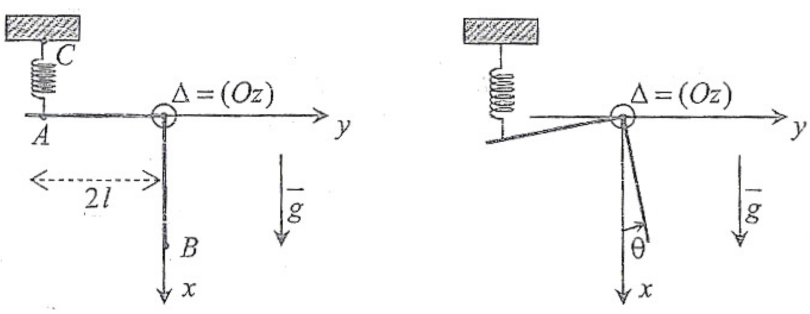


Figure 9 – Système à l'équilibre (à gauche) et en mouvement (à droite)

1. Déterminer l'allongement du ressort lorsque le système est à l'équilibre.

On se propose d'étudier les oscillations de petit angle θ autour de la position d'équilibre. On pourra de ce fait considérer que la force exercée par le ressort sur le solide reste verticale pendant tout le mouvement.

2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par θ. Montrer que le mouvement est sinusoïdal de pulsation ω_0. Donner l'expression de la période en fonction de m, g, k, l et J_Δ.
3. Calculer la période des petites oscillations sachant que $m = 0{,}1\,\mathrm{kg}$, $l = 0{,}1\,\mathrm{m}$, $g = 9{,}8\,\mathrm{ms^{-2}}$ et $k = 12\,\mathrm{Nm^{-1}}$

Thermodynamique

Exercice 8 Étude d'un congélateur

Un congélateur est placé dans une pièce à la température de 20 °C (supposée constante). Pour maintenir l'intérieur de ce congélateur à la température constante de −19 °C, il est nécessaire d'en extraire, par transfert thermique, 400 kJ par heure. Cette opération est supposée être réalisée de manière réversible.

1. Calculer le transfert thermique fourni à la pièce en une heure par l'agent thermique.
2. Calculer la puissance mécanique à fournir pour réaliser cette opération.
3. Définir puis calculer l'efficacité de cette machine frigorifique

Exercice 9 Étude d'un réfrigérateur classique (cycle de Joule).

Un réfrigérateur est constitué d'une enceinte que l'on veut maintenir à température constante à l'aide d'un fluide auquel on fait décrire des cycles supposés réversibles et composés des quatre phases suivantes :

- compression isentropique de la pression P_0 à la pression P_1 dans le compresseur, la température du fluide s'élève de T_i à T_1 (T_i ; température intérieure du compartiment réfrigéré de 270 K).
- passage du fluide dans le radiateur extérieur à l'appareil pour un refroidissement isobare au contact de l'air de la pièce qui est à la température constante T_e.
- détente isentropique de P_1 à P_0 de façon que la température du fluide passe de T_e à T_3.
- enfin passage du fluide dans le serpentin intérieur à l'enceinte réfrigérée et réchauffement isobare jusqu'à retrouver la température T_i.

1. Représenter dans un diagramme P, V et dans un diagramme T, S l'ensemble des transformations composant un cycle.
2. Définir l'efficacité d'un tel appareil, l'exprimer en fonction des transferts thermiques avec l'extérieur (Q_e) et avec l'enceinte (Q_i).
3. Établir les expressions de ces transferts thermiques en fonction des températures, en déduire l'efficacité théorique de la machine en fonction de $b = \dfrac{P_1}{P_0} = 1,8$ (taux de compression) et $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v} = 1,4$.

Induction

Exercice 10 Rails de Laplace

On place une barre de masse $m = 100\,\mathrm{g}$ et de sur deux rails métalliques parallèles horizontaux distants de $L = 10\,\mathrm{cm}$, de résistance totale $R = 1\,\Omega$. Chaque rail est raccordé à une borne d'un générateur idéal de tension de f.e.m. $E = 5\,\mathrm{V}$. On place la barre dans un champ magnétique $\vec{B} = 20\,\mathrm{mT}$ uniforme et vertical.

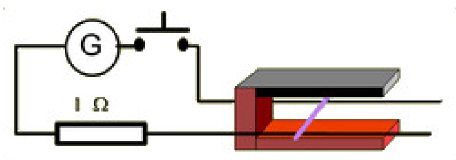


Figure 10 – Dispositif expérimental

À t=0, on ferme l'interrupteur.

Étudier le mouvement de la barre en fonction en fonction du sens du champ $\vec{B}$.

Optique géométrique

Exercice 11 Appareil photographique et téléobjectif

Un objectif d'appareil photo peut être modélisé par une lentille mince (L) convergente de distance focale image $f' = +75\,\text{mm}$. Pour effectuer la mise au point, le photographe déplace l'objectif par rapport à une pellicule (P).

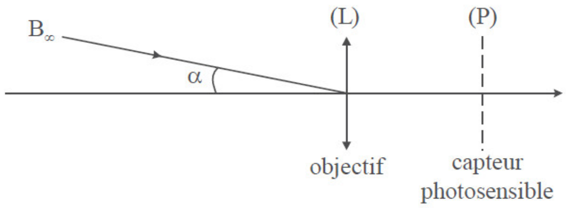


Figure 11 – Modélisation de l'appareil photo

1. On souhaite photographier un objet AB très éloigné, A étant sur l'axe optique et les rayons issus de B faisant un angle α avec l'axe. À quelle distance du capteur (P) faut-il placer (L) ?
2. Exprimer la dimension transversale de $\overline{A'B'}$ sur le capteur en fonction des données. Calculer cette dimension si AB est une tour de hauteur 60 m située à 3 km de l'objectif ; commenter le résultat.

On appelle tirage de l'objectif, la distance algébrique $\tau' = \overline{F'A'}$. La position de la pellicule (P) est définie par une distance d au centre O de la lentille telle que :

$$\overline{OF'} \leq d \leq \overline{OF'} + \tau'$$

3. Quelle est la valeur maximale de τ' si le réglage de l'objectif permet de mettre au point un objet situé à une distance de l'objectif $AO = D$ comprise entre 1,40 m et l'infini ?
4. Le photographe veut photographier un insecte AB de 1 cm modélisé par un objet bi-ponctuel situé à une distance $AO = 35\,\text{cm}$ de l'objectif dans un plan perpendiculaire à l'axe. Peut-il photographier en ayant une image nette sur (P) ? Justifier.
5. On place devant l'objectif une lentille additionnelle L_2 convergente de centre O_2 et de vergence $v_2 = 3\,\delta$ à une distance $O_1O_2 = 5\,\text{cm}$ constante. Le tirage τ' étant inchangé, déterminer l'ensemble des positions des points A de l'axe (correspondant aux objets) qui peuvent, après mise au point, être photographiés maintenant en donnant une image nette.
6. Le photographe peut-il donc photographier l'insecte de 1 cm situé à 30 cm de la face d'entrée du système optique ?
7. La mise au point étant faite, calculer la grandeur algébrique $\overline{A'B'}$ de l'image finale sur la pellicule.

Exercice 12 Lunette de Galilée.

On considère deux lentilles L_1 ($V_1 = 5\delta$) et L_2 ($V_2 = -20\delta$) écartées d'une distance d. L'ensemble est monté de façon à réaliser une lunette de Galilée, c'est à dire que le système des deux lentilles est afocal.

1. Calculer l'écartement d entre les deux lentilles en fonction de $f'1$ et $f'2$.
2. On se sert de cette lunette pour observer un objet AB éloigné, A étant vu dans la direction de l'axe optique et B sous un angle $\alpha \ll 1$. Réaliser la construction permettant de trouver le diamètre angulaire α' de l'objet à la sortie de la lunette.
3. En déduire la valeur du grossissement $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$ de la lunette.
4. On pourrait aussi observer l'objet en utilisant une lunette astronomique de même grossissement. Si vous aviez le choix, quel type de lunette choisiriez-vous ?

Exercice 13 Le microscope.

Un microscope optique porte les indications suivantes : ×40 sur son objectif ; ×10 sur l'oculaire. La notice constructeur précise : intervalle optique $\Delta = 16\,\text{cm}$. La signification de ces indications sera précisée dans la suite. Le microscope sera modélisé par deux lentilles minces convergentes, l'objectif L_1 (de diamètre $d = 7{,}0\,\text{cm}$) et l'oculaire L_2. Il est réglé pour donner une image à l'infini d'un objet réel AB, perpendiculaire à l'axe optique, A étant placé sur l'axe, légèrement en avant du foyer objet de l'objectif. Cette image est observée par un œil emmétrope (normal), placé au voisinage du foyer image F'_2 de l'oculaire. L'œil nu voit nettement des objets situés entre la distance $\delta = 25\,\text{cm}$ et l'infini.

1. Faire un schéma du dispositif (sans respecter l'échelle), et tracer soigneusement la marche de deux rayons lumineux issus du point B de l'objet AB, l'un émis parallèlement à l'axe optique, l'autre passant par F_1 (foyer objet de L_1, de centre optique O_1).
2. L'indication portée sur l'oculaire ($\times 10$) est le grossissement commercial, c'est à dire le rapport de l'angle sous lequel on voit l'image à l'infini d'un objet à travers l'oculaire seul et de l'angle sous lequel on voit ce même objet à l'œil nu lorsqu'il est situé à la distance minimale de vision distincte ; on notera ce grossissement $G_2 = 10$.
   — Déterminer f_2', distance focale image de l'oculaire.
3. L'intervalle optique est la distance $F_1'F_2$. La valeur absolue du grandissement de l'objet AB par l'objectif est $G_1 = 40$ (c'est l'indication $\times 40$).
   — Calculer f_1', distance focale image de la lentille équivalente à l'objectif.
   — Calculer la distance O_1A permettant de positionner l'objet.
4. Calculer le grossissement commercial G du microscope.
5. On appelle cercle oculaire l'image de la monture de l'objectif à travers l'oculaire.
   — Déterminer sa position par rapport à F_2' et son diamètre.
   — Quel est l'intérêt de placer l'œil dans le plan du cercle oculaire ?
   — Commenter la valeur trouvée pour son diamètre.

Exercice 14 Réfractomètre de Pulfrich

On cherche à mesurer l'indice de réfraction d'un échantillon d'eau sucrée à l'aide du réfractomètre de Pulfrich. Pour cela, on dépose une goutte d'eau sucrée sur la face d'un prisme d'angle au sommet 90 °. On éclaire la goutte par une lumière monochromatique, comme sur le schéma. À l'aide d'un oculaire on observe la lumière sortant de l'autre face du prisme.

FIGURE 12 – Photo du réfractomètre

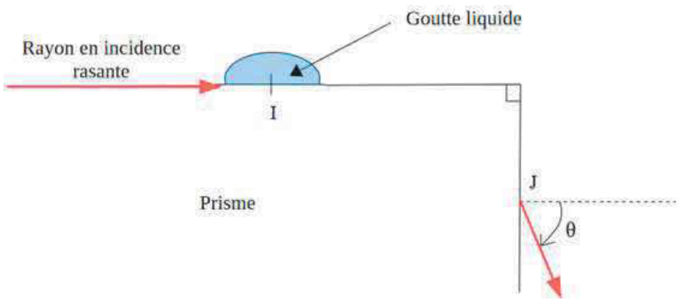


FIGURE 13 – Schéma de la situation

1. L'indice du verre est de $n = 1,625$. Représenter la marche du rayon lumineux rasant en I.
2. On mesure un angle $\theta = 60$ °. Déterminer l'indice de la solution étudiée ainsi que la concentration en sucre dans la solution.
3. Quelle est la valeur maximale d'indice mesurable avec cet appareil de mesure ?

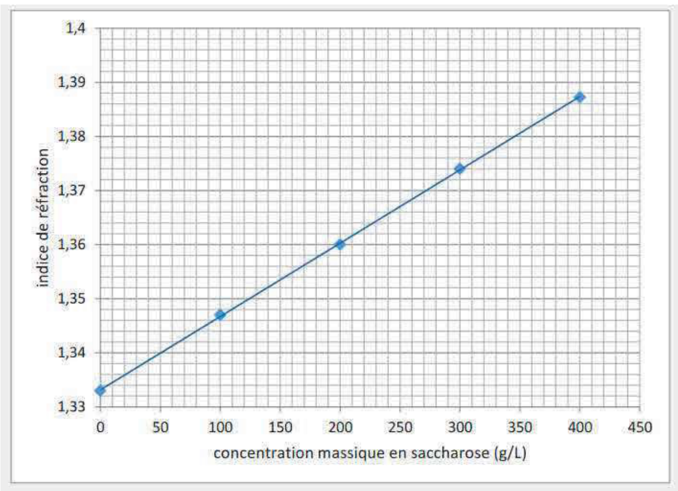


FIGURE 14 – Courbe d'étalonnage