



Exercice 1 Analyse de l'intensité lumineuse sur un écran

Un réseau de largeur L_1 , est constitué de fentes de largeur L_2 espacées périodiquement d'une distance L_3 .

1. Classer les 3 distances (L_1, L_2, L_3) par ordre croissant.
2. On éclaire le réseau en lumière monochromatique et on observe la lumière transmise dans le plan de Fourier en fonction d'une coordonnée X orthogonale aux fentes du réseau. On obtient le profil intensité suivant :

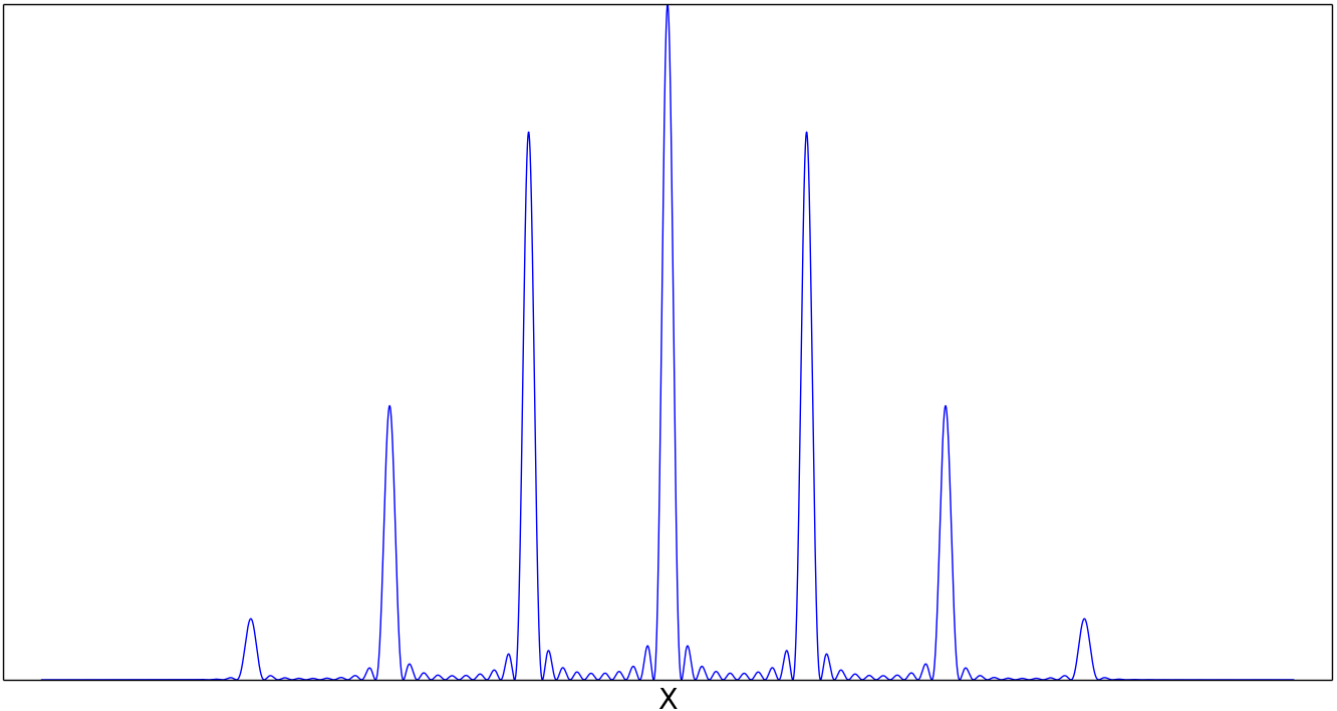


FIGURE 1 – Intensité lumineuse

Quelle est l'influence des trois distances sur l'allure le profil d'intensité ?

3. Que deviendrait le profil d'intensité si le réseau était constitué d'un nombre infini de fentes infiniment fines ?

Exercice 2 Spectrométrie par réseau de diffraction

Un réseau plan constitué de fentes fines parallèles et équidistantes, espacées de la distance a est éclairé en incidence normale par un faisceau de lumière parallèle de longueur d'onde dans le vide λ . On observe l'éclairement sur un écran parallèle au plan du réseau, placé dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale $f = 300$ mm. On suppose que le milieu ambiant est de l'air, d'indice $n = 1$.

1. Écrire la condition d'interférences constructives entre les N ondes issues des N fentes du réseau. En déduire dans quelles directions l'éclairement est maximal.



- On note x la position du maximum d'éclairement observé sur l'écran à l'ordre $p = 1$ repéré par rapport à celle du maximum d'ordre $p = 0$. Donner la relation entre la position x et l'angle θ . En déduire la relation entre x et λ dans l'approximation des petits angles. Dans quelle mesure ce système peut-il constituer une spectromètre ?
- Le faisceau incident est issu d'un laser He-Ne rouge de longueur d'onde $\lambda_1 = 632,8 \text{ nm}$. On observe pour l'ordre 1 un maximum d'éclairement à $x_1 = 19,0 \text{ mm}$. Calculer, en micron, la période a du réseau. En déduire le nombre N_L de traits par mm du réseau.
- On remplace le laser HeNe par un laser YAG doublé (vert). Le maximum d'éclairement à l'ordre 1 est maintenant à $x_2 = 16,0 \text{ mm}$. En déduire la nouvelle longueur d'onde λ_2 .
- Reprendre l'exercice sans faire l'approximation des petits angles. Comparer au résultat précédent. Compte tenu de la précision de mesure, l'approximation des petits angles est-elle justifiée ici ?
- Quel est l'intérêt pour cette mesure d'utiliser un réseau avec un grand nombre N de fentes ? Aurait-on pu utiliser des fentes d'Young ($N = 2$) ?
- On veut évaluer l'influence du nombre de fentes du réseau sur la précision de mesure. Le fait que N soit fini induit un élargissement des pics d'interférence correspondant à $\Delta\varphi_{1/2} = \frac{2\pi}{N}$ (mi-largeur des pics d'éclairement). En déduire l'élargissement relatif $\frac{\Delta x}{x}$ correspondant et calculer sa valeur sachant que la largeur éclairée du réseau est 2 cm . Commenter.

Exercice 3 Trois trous d'Young

Trois trous d'Young T_1 , T_2 et T_3 , distants de a , sont éclairés par une source ponctuelle S , émettant une radiation monochromatique de longueur d'onde λ_0 , placée au foyer objet d'une lentille convergente (\mathcal{L}_1). On observe les interférences à l'infini, c'est à dire dans le plan focal image d'une lentille convergente (\mathcal{L}_2) de distance focale f' .

- Représenter le montage étudié sur un schéma et tracer la marche de rayons issus de S et arrivant en un point M de l'écran.
- Évaluer la différence de marche $\delta_{1/2}(M)$ du rayon passant par T_1 par rapport au rayon passant par T_2 . Exprimer de même $\delta_{3/2}$.
- Les trois ondes qui arrivent au point M sont-elles cohérentes entre elles ?
- En déduire l'intensité lumineuse sur l'écran et représenter ses variations en fonction du point M sur l'écran.

Exercice 4 Spectrographe de l'observatoire de Haute Provence.

La recherche des exoplanètes a connu une évolution décisive au cours des vingt dernières années. Depuis la détection de la première planète extra-solaire par le spectrographe ÉLODIE, de nombreux projets ont vu le jour permettant d'obtenir des données de plus en plus précises

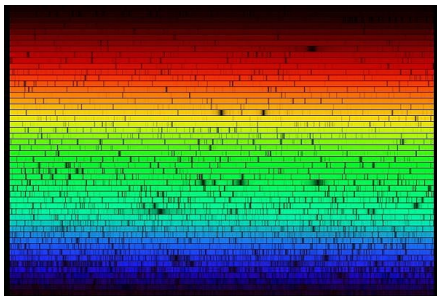


FIGURE 2 – Spectre échelle obtenu par ELODIE (*image(observm)*)

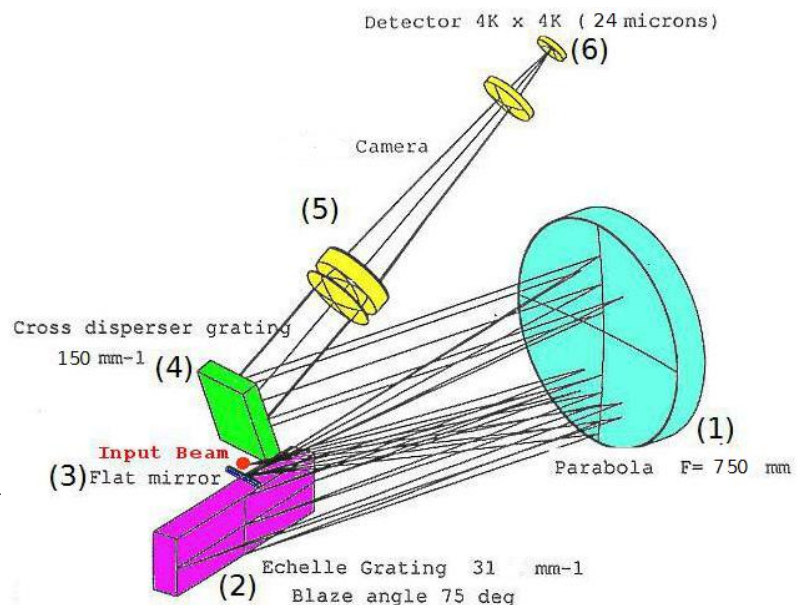


FIGURE 3 – Constitution du spectrographe



Sur la figure 3, la lumière de l'étoile arrive via une fibre optique dans le spectrographe au niveau du foyer d'un miroir parabolique. Le faisceau de lumière divergent est alors réfléchi par le miroir parabolique (1) qui en donne un faisceau parallèle comme le ferait une lentille convergente. Ce faisceau est réfléchi et dispersé par le réseau blazé (2), qui renvoie sur le miroir le spectre avec recouvrement des ordres. Ce spectre va devoir être dispersé orthogonalement : pour cela, le faisceau est réfléchi par un petit miroir plan (3) qui le redirige vers le miroir parabolique qui en donne à nouveau un faisceau parallèle dirigé cette fois vers le pré-disperseur (cross-disperseur) modélisé par un second réseau (4). Ainsi, les ordres du spectre, qui étaient jusqu'alors superposés, se voient dispersés dans la direction perpendiculaire à leur dispersion initiale. Après passage dans un train de lentille (5) donnant un faisceau convergent, le spectre échelle se forme sur le capteur CCD (6).

Champ de vue	1 arcsec
Étendue spectrale	390 - 690 nm
Pouvoir de résolution expérimental	45000
Format du spectre	Environ 67 ordre (61, 44 × 62, 74 mm)
Nature du bloc disperseur	Bloc monolithique 408 × 120 mm
Diamètre de la fibre optique	100 μm

L'étude s'intéresse au réseau blazé qui constitue l'élément dispersif primaire du dispositif ELODIE (élément (2) de la figure 3) . Il s'agit d'un réseau utilisé en réflexion dont le motif a un profil en dents de scie (profil triangulaire représenté figure 4). Les faces réfléchissantes font un angle $\alpha = 75^\circ$ avec le plan du réseau, et la distance a entre les centres de deux miroirs consécutifs est $a = \frac{1}{n}$ avec $n = 31 \text{ mm}^{-1}$.

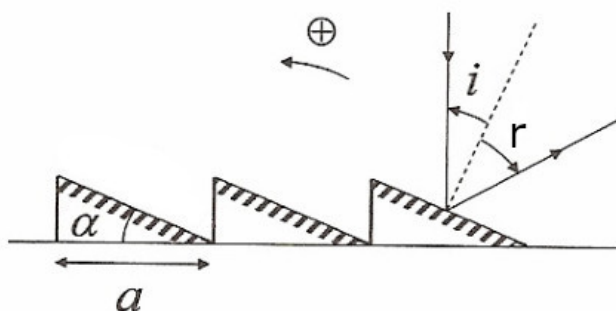


FIGURE 4 – Schéma du réseau blazé

Le réseau est éclairé sous incidence normale aux plans réfléchissants par une onde monochromatique de longueur d'onde λ dans l'air. ($n_{air} = 1$)

1. Montrer que la différence de marche entre les ondes véhiculées par deux rayons passant par les centres de deux miroirs consécutifs s'exprime :

$$\delta = na(\sin(i + \alpha) + \sin(r + \alpha))$$

2. Indiquer la direction dans laquelle le détecteur doit être placé pour une observation optimale.

Dans la suite le réseau est éclairé sous incidence normale ($i = 0$) avec une lumière polychromatique dont le spectre couvre toute l'étendue spectrale du spectrographe.

1. Exprimer p_0 l'ordre en $r = 0$ en fonction de a , α et λ . comparer avec l'ordre en $r = 0$ dans le cas d'un simple réseau en transmission.
2. Expliquer l'intérêt d'utiliser un réseau blazé plutôt qu'un réseau par transmission classique.
3. Calculer les valeurs de $p_{0,max}$ et $p_{0,min}$ qui peuvent être obtenus avec le spectrographe ELODIE et comparer avec les caractéristiques techniques indiquées dans le tableau.
4. Exprimer le pouvoir de résolution du réseau $\mathcal{P}_{réseau}$ en fonction de l'ordre d'interférence p et du nombre de motifs du réseau N .
5. Estimer la valeur de $\mathcal{P}_{réseau}$ pour le réseau blazé utilisé par ÉLODIE.
6. Exprimer le pouvoir de résolution lié à la fibre optique \mathcal{P}_{fibre} en fonction de la distance focale f' du miroir parabolique et de l'angle α et du diamètre de la fibre d .

7. Calculer $\mathcal{P}_{\text{fibre}}$ et identifier ce qui limite la résolution de l'appareil.

Exercice 5 Interféromètre de Fabry-Perot

Un interféromètre de Fabry-Perot est assimilé à une lame d'air d'épaisseur e comprise entre deux lames semi-réfléchissantes parallèles identiques (L_1) et (L_2) (voir figure ci-dessous ; l'angle i est largement exagéré pour améliorer la lisibilité de la figure). Ces lames sont supposées infiniment fines et sont traitées de telle sorte que leur coefficient de réflexion en énergie (et donc en éclairement) est égal à $R = 0,80$; elles sont sans pertes, de telle sorte que le coefficient de transmission en énergie est égal à $T = 1 - R$; enfin, une réflexion sur une de ces lames s'accompagne d'un déphasage de π de l'onde. L'interféromètre est éclairé sous incidence i par une onde d'amplitude $A_0 = \sqrt{\mathcal{E}_0}$ émise par une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde λ_0 et on observe l'éclairement à l'infini, en un point M repéré par son inclinaison i par rapport à la normale aux lames.

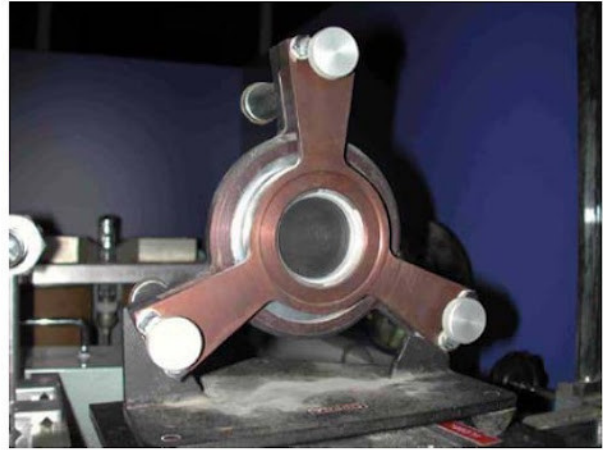
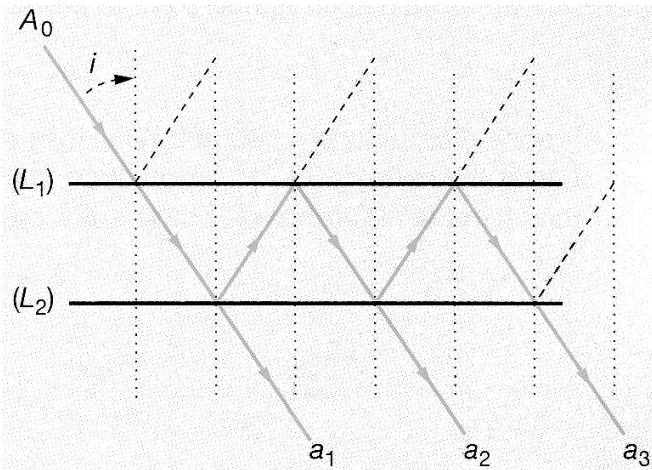


FIGURE 5 – Interféromètre de Fabry-Perot

1. Montrer que le déphasage entre l'onde d'amplitude a_2 et l'onde d'amplitude a_1 vaut $\phi = 4\pi e \cos(i)/\lambda_0$.
2. Établir l'expression des amplitudes complexes \underline{a}_k des ondes transmises successives, en fonction de A_0 , R et ϕ .
3. Justifier que l'expression $\underline{a} = \sum_{k=1}^{\infty} \underline{a}_k$ est exacte pour $i = 0$ et constitue une bonne approximation pour $i \neq 0$.
4. En déduire l'expression de $\underline{a}(M)$ et montrer que l'éclairement vaut :

$$\mathcal{E}(M) = \frac{(1 - R)^2 \mathcal{E}_0}{1 + R^2 - 2R \cos \phi(M)} .$$

5. Calculer le facteur de contraste.
6. À l'aide d'un script écrit en langage python, tracer le graphe de la fonction de transfert $\mathcal{I} = \mathcal{E}(\phi)/\mathcal{E}_0$ pour $-4\pi < \phi < 4\pi$.
7. On appelle *finesse* des anneaux d'interférences le rapport $\mathcal{F} = 2\pi/\Delta\phi$ où $\Delta\phi$ est l'angle pour lequel l'éclairement est égal à la moitié de sa valeur maximale. Comparer la finesse \mathcal{F} pour l'interféromètre de Fabry-Pérot considéré et pour un interféromètre de Michelson.