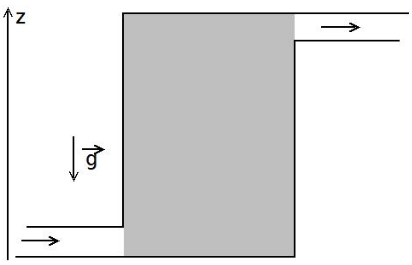
MP*/MPI* Bilans Macroscopiques

Exercice 1 Décollage d'une fusée

On étude le mouvement au décollage d'une fusée de masse initiale m_0 éjectant des gaz avec un débit massique constant D_m. Soit $\vec{u}$ la vitesse d'éjection des gaz par rapport à la fusée. $\vec{u}$ est constant et dirigé vers le bas.
La fusée est en mouvement sur la verticale ascendante dans le référentiel terrestre (supposé galiléen) est soumise au champ de pesanteur supposé uniforme.
On note $m(t)$ la masse de la fusée et de son contenu à l'instant t. On note $\vec{v}$ le vecteur vitesse de la fusée dans le référentiel terrestre (galiléen) et on néglige la vitesse du combustible et du comburant à l'intérieur de la fusée.

1. Effectuer un bilan de masse sur un système fermé Σ (soigneusement défini) entre les instants t et $t + \mathrm{d}t$. En déduire $m(t)$ en fonction de m_0, D_m et t.
2. Effectuer un bilan de quantité de mouvement entre les instants t et $t + \mathrm{d}t$.
3. En déduire l'équation du mouvement de la fusée.

Exercice 2 Théorème de Bernoulli



On étudie l'écoulement permanent d'un fluide homogène de masse volumique ρ dans une canalisation. L'écoulement est supposé incompressible et parfait de sorte que tout effet dissipatif peut être négligé lors de cet écoulement. En particulier les forces de viscosité sont nulles dans cet écoulement. On note D_m le débit massique.

1. Effectuer un bilan de masse sur un système fermé Σ entre t et $t + \mathrm{d}t$.
2. Effectuer un bilan d'énergie cinétique sur Σ entre t et $t + \mathrm{d}t$.
3. Exprimer le travail de la force de pesanteur subit par le système Σ durant $\mathrm{d}t$ en fonction des altitudes d'entrée et de sortie (z_e et z_s) et des paramètres de l'énoncé.
4. Exprimer le travail de la force de pression subit par le système Σ durant $\mathrm{d}t$ en fonction des pressions d'entrée et de sortie (p_e et p_s) et des paramètres de l'énoncé.
5. Montrer la relation

$$\frac{1}{2}\rho v_e^2 + \rho g z_e + p_e = \frac{1}{2}\rho v_s^2 + \rho g z_s + p_s$$

La ville de Genève est connue pour son jet d'eau sur le lac Léman. L'eau est éjectée verticalement à la base du jet à l'extrémité d'une canalisation de section $S = 100\,\mathrm{cm}^2$ avec un débit volumique de $500\,\mathrm{L/s}$. Initialement conçu pour évacuer les surpressions du réseau d'eau de la ville, il est devenu une attraction touristique.

6. Calculer la hauteur du jet

Exercice 3 Force exercée sur une canalisation coudée

De l'eau de masse volumique μ coule en régime stationnaire avec un débit massique D_m dans une canalisation horizontale de section constante S faisant un coude d'angle droit.
On néglige la pesanteur et l'écoulement est supposé parfait. Loin du coude en amont, la pression est uniforme égale à p_1 et l'écoulement est unidimensionnel de vitesse $v_1\overrightarrow{u_x}$. Loin du coude en aval, la pression est uniforme égale à p_2 et l'écoulement est unidimensionnel de vitesse $v_2\overrightarrow{u_y}$.

1. Comparer v_1 et v_2 puis p_1 et p_2.

On note $\mathcal{S}$ un système ouvert délimité par deux sections de canalisation en amont et en aval du coude. Ce système contient une masse $m(t)$ d'eau. Pendant une durée dt il entre en amont du coude une masse d'eau δm_1 et il sort en aval une masse δm_2.

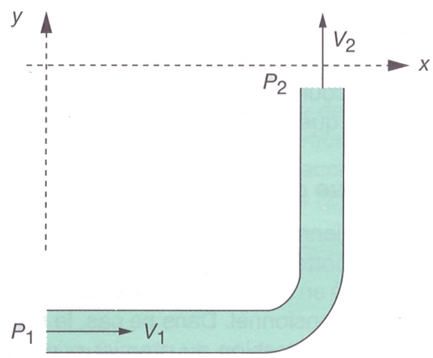


FIGURE 1 – Canalisation coudée

2. Que peut-on dire de δm_1, δm_2 et $m(t)$ en régime stationnaire ?
3. Réaliser un bilan de quantité de mouvement sur le système fermé constitué de la masse δm_1 et du système $\mathcal{S}$ durant dt.
4. En déduire l'expression la force exercée par le fluide sur la canalisation au niveau du coude.

Exercice 4 Centrale nucléaire

Une centrale nucléaire est une machine ditherme fonctionnant entre deux sources de chaleur :

— une source chaude (eau du circuit primaire) de température $T_c = 579\,\mathrm{K}$

— une source froide (eau d'un fleuve) de température $T_f = 283\,\mathrm{K}$

La centrale fournit une puissance $P = 1{,}00\,\mathrm{GW}$

1. Calculer le rendement η de la centrale sachant qu'il est égal à $60,0\%$ du rendement maximum de Carnot.
2. Exprimer le transfert thermique $\dot{Q}_c$ par unité de temps de la source chaude vers l'agent thermique en fonction de η et P.
3. En déduire le transfert thermique $\dot{Q}_f$ par unité de temps de l'eau du fleuve vers l'agent thermique. Quelle et sa valeur numérique ?
4. L'eau du fleuve servant de source froide a un débit volumique $D_v = 300\,\mathrm{m^3/s}$. Calculer la variation de température ΔT de l'eau du fleuve en contact à chaque instant avec l'agent thermique.
   Données : $c_{eau} = 4{,}18 \times 10^3\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$