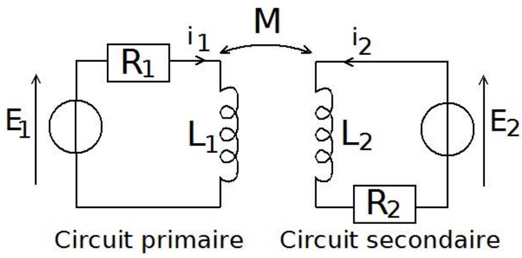
MP*/MPI* Induction électromagnétique

Quelques rappels de cours

1. Décrire qualitativement le phénomène d'induction électromagnétique.
2. Rappeler la loi de Lenz.
3. Énoncer la loi de Faraday et justifier qu'elle traduit bien mathématiquement la loi de Lenz.
4. Montrer que la loi de Faraday peut se mettre sous la forme locale : $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{E} = -\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$
5. Définir l'inductance propre d'une bobine.
6. Définir de même le coefficient de mutuelle inductance entre 2 circuits en influence mutuelle.



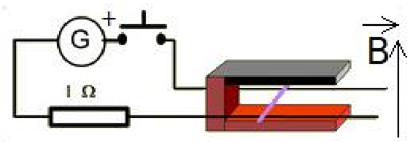
On considère un bobinage de résistance totale R parcouru par un courant $i(t)$. La tension aux bornes du circuit est notée $u(t)$. Le circuit est plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ dont le flux à travers ce bobinage $\Phi(\overrightarrow{B})$ varie. On ne cherche pas à connaître l'origine de cette variation (déplacement du circuit, variation locale de $\overrightarrow{B}$, déformation du circuit...). On note simplement e la force électromotrice induite par cette variation.

7. Schématiser le circuit puis exprimer la loi d'Ohm généralisée dans le cas où l'on néglige le phénomène d'autoinduction puis dans le cas où l'on considère également le flux autoinduit.

Exercices

Exercice 1 Rails de Laplace

On place une barre de masse m et de sur deux rails métalliques parallèles horizontaux distants de L, de résistance totale $R = 1\,\Omega$. Chaque rail est raccordé à une borne d'un générateur idéal de tension de fem $E = 5\,\mathrm{V}$. On place la barre dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ d'intensité $20\,\mathrm{mT}$ uniforme et vertical.

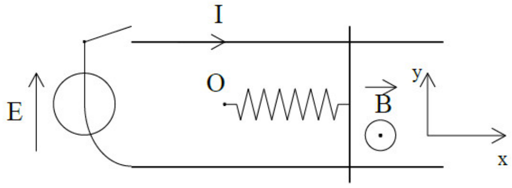


À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

1. Étudier le mouvement de la barre.
2. Effectuer un bilan énergétique sur la barre.

Exercice 2 Rails de Laplace + ressort

Le barreau mobile de longueur a et de masse m est relié à l'extrémité d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 dans le plan de deux rails conducteurs et dont l'autre extrémité est fixée en O. Le circuit a une résistance totale R.
Les rails sont reliés à un générateur permanent de f.é.m. E. Le dispositif est horizontal vu du dessus.
À $t = 0$, on ferme l'interrupteur, le barreau étant à sa position d'équilibre $x = 0$. Il peut glisser sans frottement.

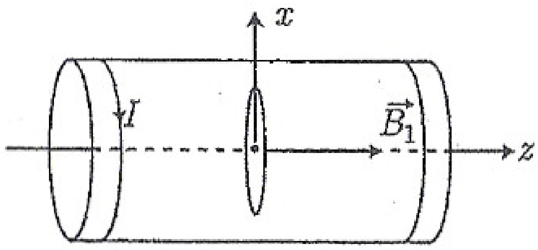


1. Étudier qualitativement le mouvement du barreau. On précisera en particulier le rôle de la loi de Lenz.
2. Donner la position d'équilibre du barreau.
3. Établir les équations électrique et mécanique du système.
4. Décrire les divers mouvements possibles et donner la valeur k_c de k permettant d'obtenir un amortissement critique. En déduire les lois horaires de $x(t)$ et de $I(t)$.
5. Effectuer un bilan de puissance. Commenter.

Données : $B = 1{,}0\,\mathrm{T}$; $a = 10\,\mathrm{cm}$; $R = 10\,\Omega$; $m = 50\,\mathrm{g}$

Exercice 3 Couplage spire/solénoïde

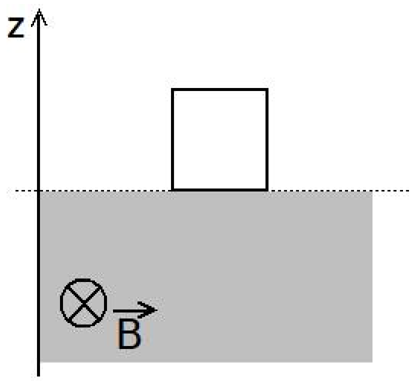
Une bobine plate de N spires, de section S, de résistance R et d'inductance négligeable est placée à l'intérieur d'un solénoïde idéal comportant n spires par unité de longueur, parcouru par un courant d'intensité I constant. Un opérateur fait tourner la bobine à la vitesse angulaire ω constante autour d'un axe parallèle à (Ox), portant le diamètre de la bobine et perpendiculaire à l'axe (Oz) du solénoïde.



1. Décrire qualitativement ce qui se passe dans la bobine.
2. Exprimer le courant induit dans la bobine.
3. Exprimer les actions mécaniques du solénoïde sur la bobine.

Exercice 4 Chute d'un cadre

On considère un cadre métallique rigide de côté $a = 10\,\mathrm{cm}$ de masse $m = 100\,\mathrm{g}$, de résistance $R = 1\,\Omega$ dans un plan vertical $(\mathrm{O}, \vec{e_x}, \vec{e_z})$, dont le bord inférieur est initialement maintenu en $z = 0$. L'espace $z < 0$ est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B\vec{e_y}$ d'intensité $1\,\mathrm{T}$.

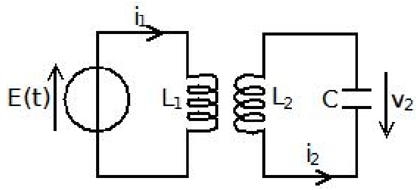


À $t = 0$ on libère le cadre.

1. Décrire qualitativement le mouvement du cadre une fois lâché.
2. Déterminer l'équation du mouvement du cadre jusqu'à ce qu'il soit totalement plongé dans la zone $z < 0$
3. Déterminer la date à partir de laquelle le cadre atteint cette position.

Exercice 5 Inductance mutuelle en électrocinétique

On considère les deux circuits suivants où les bobines d'inductances propres L_1 et L_2 sont en inductance mutuelle avec un coefficient d'inductance mutuelle M. Le circuit (1) est fermé sur un générateur de f.e.m $E(t)$ et le circuit (2) sur un condensateur de capacité C. on note $v_2(t)$ la tension aux bornes du condensateur.



On suppose que $E(t) = E_M \cos(\omega t)$ et on se place en régime sinusoïdal forcé.

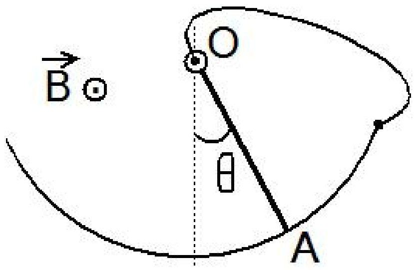
1. Exprimer la fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{\underline{v_2}}{\underline{E}}$.
2. Quelle est la pulsation de résonance ? Que devient-elle si on retourne la bobine 1 ?

On suppose maintenant que $E(t < 0) = 0$ et $E(t > 0) = E_0$. À l'instant $t = 0$, le condensateur est déchargé et les courants sont nuls dans le circuit.

3. Établir l'équation différentielle donc $v_2(t)$ est solution et donner les conditions initiales qui permettent de la résoudre.

Exercice 6 Freinage par induction

Une tige métallique OA de masse m, de résistance R et de longueur a oscille sans frottement (liaison pivot parfaite) autour d'un axe fixe (Oz), perpendiculaire au plan de la feuille. Le moment d'inertie de la tige autour de (Oz) est $J = \dfrac{1}{3}ma^2$. La tige est en contact en A avec un rail métallique formant ainsi un circuit électrique dont le seul élément résistant est la tige OA. Elle est placée dans un champ magnétique uniforme $B\vec{e_z}$ normal au plan du système.



1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'angle $\theta(t)$ avec la verticale.
2. On se limite à des petites oscillations autour de la position d'équilibre. Linéariser l'équation différentielle précédente. Déterminer la valeur minimale B_min de B pour que la tige atteigne sa position d'équilibre sans oscillation.
3. Écrire sans calcul l'expression du taux de variation de l'énergie mécanique du pendule en fonction de l'intensité $i(t)$ du courant qui circule dans la tige.
4. Retrouver la relation précédente à partir des deux équations électromécaniques couplées utilisées à la question 1.

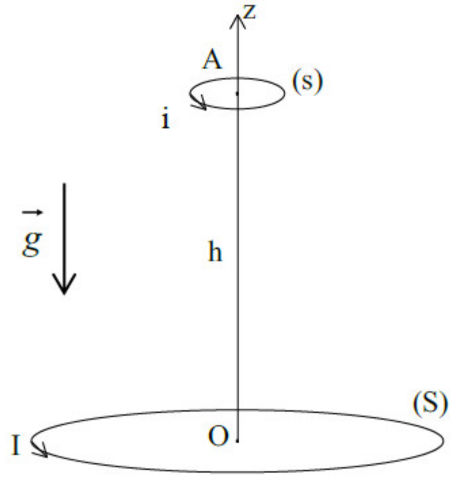
Exercice 7 Moteur asynchrone

On place une petite bobine constituée de N spires de surface S et de normale $\vec{n}$ dans un champ magnétique $\vec{B}$ de norme B constante, tournant dans le plans xOy à une vitesse angulaire constante, de telle sorte que l'angle entre $\vec{B}$ et Ox soit égal à ωt. La bobine tourne à une vitesse angulaire constante autour de l'axe Oz de telle sorte que sa normale $\vec{n}$ reste dans le plan xOy et fait un angle $\theta(t) = \theta_0 + \omega' t$.

1. Exprimer le flux Φ du champ magnétique à travers la bobine en fonction de θ_0, ω, ω', t, N et S.
2. En déduire la f.e.m induite dans la bobine.
3. On néglige l'inductance propre de la bobine et on donne sa résistance R. Exprimer la valeur moyenne du moment des forces de Laplace subies par la bobine (on pourra utiliser l'expression $\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}$ du moment pour un dipôle magnétique de moment dipolaire magnétique $\overrightarrow{m}$). À quelle condition a-t-on obtenu un moteur ? Pourquoi dit-on qu'il est asynchrone ?

Exercice 8 Lévitation magnétique

Sur l'axe vertical d'une spire (S) de rayon R, de centre O, et parcourue par un courant d'intensité $I(t) = I_0 \sin \omega t$ variable dû à un générateur non représenté, on place une petite bobine circulaire (s) de rayon r_0 , de centre A, et parcourue par un courant d'intensité $i(t)$ induit. Elle possède un coefficient d'auto-induction L et une masse m dans le champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$. Sa résistance est négligée. On remarque que (s) lévite et se stabilise à une distance h de (S).
On supposera dans la suite h et $R \gg r_0$.



1. Représenter quelques lignes de champ générées par (S), notamment celle passant par (s).
2. Quelle composante du champ magnétique est responsable de la lévitation de (s) et à quelle condition sur le signe du produit $I(t).i(t)$?

On donne l'expression du champ magnétique créé par (S) en un point $M(z)$ de l'axe (Oz) :

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \overrightarrow{e_z}$$

3. On considère qu'au voisinage de l'axe de la spire (S) la composante verticale du champ magnétique est assimilable au champ sur cet axe fourni ci-dessus. On donne aussi au voisinage de l'axe $B_r = -\dfrac{r}{2} \dfrac{\mathrm{d}B_z}{\mathrm{d}z}$.
Calculer Br(r,z).
4. Exprimer le courant induit $i(t)$ dans (s) (avec $i(0) = 0$). Commenter.
5. Exprimer la force moyenne $< \overrightarrow{F} >$ qu'exerce (S) sur (s) et représenter $< F > (z)$.
6. Discuter graphiquement de l'existence et de la stabilité de position(s) d'équilibre.