



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

Équations locales de l'électromagnétisme



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

1

Sources de champ électromagnétique

Description microscopique et mésoscopique des sources de champ électromagnétique



Équations locales de l'électromagnétisme

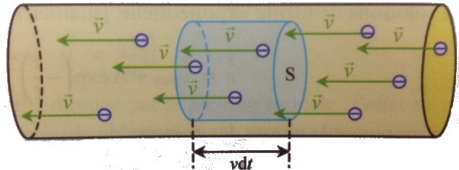
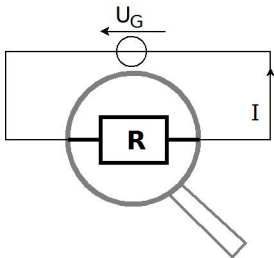
Sources de champ électromagnétique

Équations de Maxwell

Équations locales dans l'ARQS

Aspect énergétique

Comment modéliser la conduction électrique dans un conducteur ohmique ?



Déplacement organisé des porteurs de charge



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

Dans un milieu conducteur, le courant électrique est assuré par un mouvement global de porteurs de charge.

Dans le cas d'un métal par exemple, les porteurs de charge sont des électrons.

En l'absence de champ électrique, chaque électron a une vitesse aléatoire d'agitation thermique qui est modifiée de manière aléatoire entre deux chocs.

On note $\vec{v}_{k,th}$ la vitesse d'agitation thermique d'une particule à l'instant t et \vec{v}_{th} la vitesse moyenne d'agitation thermique des N particules.

$$\vec{v}_{th} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \vec{v}_{k,th} = \vec{0}$$



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

En présence d'un champ électrique, la vitesse d'une particule chargée, libres de se déplacer macroscopiquement dans le métal, est alors $\vec{v}_k = \vec{v}_{k,th} + \vec{v}_d$ où \vec{v}_d est une vitesse dite « de dérive »

Dans ce cas la vitesse moyenne d'un électron dans le métal est \vec{v}_d .

Si un porteur de charge porte une charge q , et que ce porteur est présent dans le milieu avec une densité volumique n égale au nombre de porteurs de charge par unité de volume, la densité volumique de charges libres ρ s'exprime alors :

$$\rho = qn$$

Dans le cas où il y a plusieurs types de porteurs de charge :

$$\rho = \sum_i q_i n_i$$



Équations locales de l'électromagnétisme

Sources de champ électromagnétique

Équations de Maxwell

Équations locales dans l'ARQS

Aspect énergétique

On considère un métal soumis à un champ électrique \vec{E} (un seul type de porteurs de charge $q = -e$)

Exprimer la quantité de charges d^2q qui traverse une section élémentaire $d\vec{S}$ de conducteur entre t et $t + dt$ puis en déduire la relation entre \vec{j} (vecteur densité de courant) ρ et \vec{v}_d (notée simplement \vec{v} par la suite)

.....

.....

.....

.....

.....



Équations locales de l'électromagnétisme

Sources de champ électromagnétique

Équations de Maxwell

Équations locales dans l'ARQS

Aspect énergétique

Quelles est alors l'expression du vecteur densité de courant si la conduction électrique est assurée par plusieurs types de porteurs de charge? (exemples : semi-conducteurs, solutions électrolytiques, plasma...)

.....

Équation locale de conservation de la charge



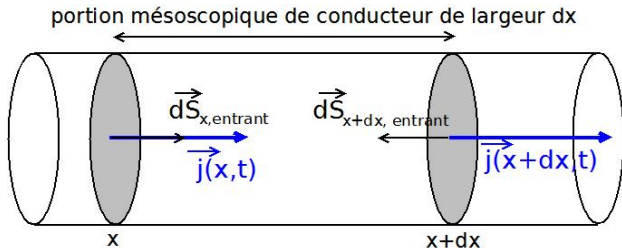
Équations locales de l'électromagnétisme

Sources de champ électromagnétique

Équations de Maxwell

Équations locales dans l'ARQS

Aspect énergétique



Faire un bilan de charges sur la tranche de conducteur de largeur dx entre les instant t et $t + dt$ et en déduire l'équation de conservation de la charge.



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

Équation de conservation de la charge (3D)

Signification physique (lien avec la forme intégrale) :

.....

.....

.....

.....



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

.....

.....

.....

.....

.....

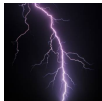
.....

.....

.....

.....

.....



Que peut-on noter de remarquable en régime permanent ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

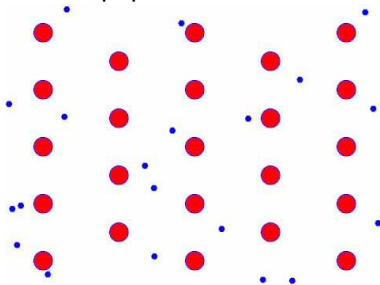
Conduction électrique dans un conducteur ohmique



Équations locales de l'électromagnétisme

Modélisation → Le modèle de Drude : modèle phénoménologique justifiant par des considérations microscopiques le comportement macroscopique des conducteurs.

Représentation microscopique d'un métal :

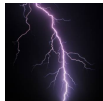


Sources de champ électromagnétique

Équations de Maxwell

Équations locales dans l'ARQS

Aspect énergétique



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

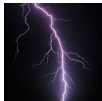
Hypothèses du modèle : la conduction est assurée par les électrons libres dans le métal qui forment un gaz parfait d'électrons ;

les nœuds du réseau cristallin sont fixes ;

En l'absence de champ électrique, la vitesse des électrons est aléatoire.

Les électrons libres de se déplacer macroscopiquement subissent une force phénoménologique de frottement fluide $\vec{f} = -\frac{m_e}{\tau} \vec{v}$

Rq : τ peut s'interpréter comme une durée caractéristique entre deux chocs des électrons contre les défauts cristallins.



Justifier la pertinence d'avoir introduit une force de frottement fluide agissant sur les électrons.

.....

.....

.....

Montrer que la force supplémentaire introduite implique que la vitesse des électrons tend vers une limite finie

.....

.....

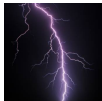
Équations locales de l'électromagnétisme

Sources de champ électromagnétique

Équations de Maxwell

Équations locales dans l'ARQS

Aspect énergétique



Exprimer alors le vecteur densité de courant en fonction de \vec{E}

.....

.....

.....

En déduire l'expression de la loi d'Ohm locale

.....

.....

.....

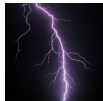
Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

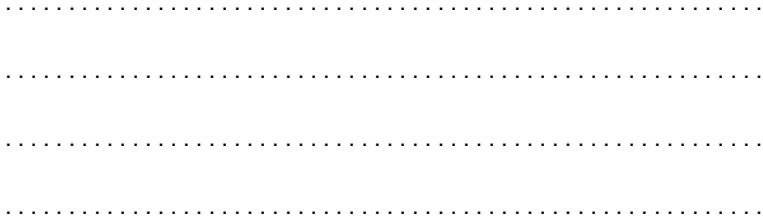
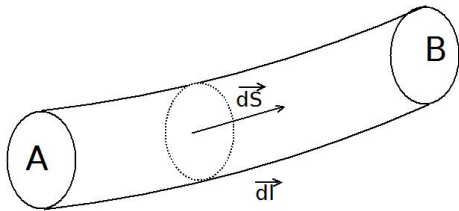
Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique



Résistance électrique d'une portion de conducteur filiforme - loi d'Ohm

On considère un conducteur ohmique cylindrique soumis à une tension U et parcouru par un courant I_{AB} selon l'axe du conducteur.





Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

2

Équations de Maxwell



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

Énoncé des équations de Maxwell

Signification des différentes équations



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

.....
.....

Sources de
champ
électroma-
gnétique

.....
.....

Équations de
Maxwell

.....

Équations
locales dans
l'ARQS

.....

Aspect
énergétique

.....

.....

.....



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Équation de Poisson et de Laplace en électrostatique



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

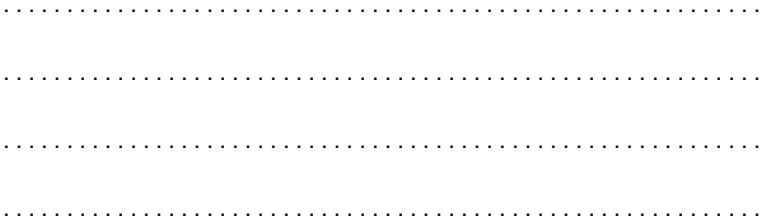
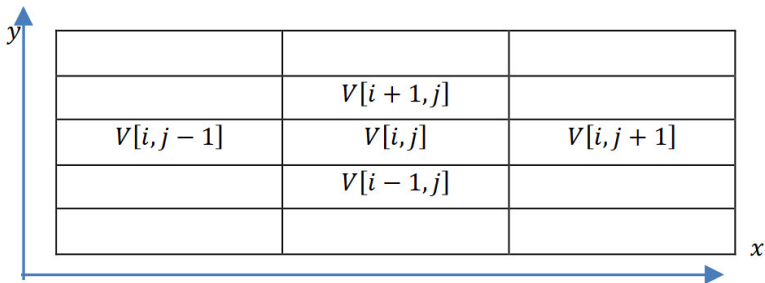
.....

.....

.....

.....

Analyse numérique et courbes équipotentielles



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



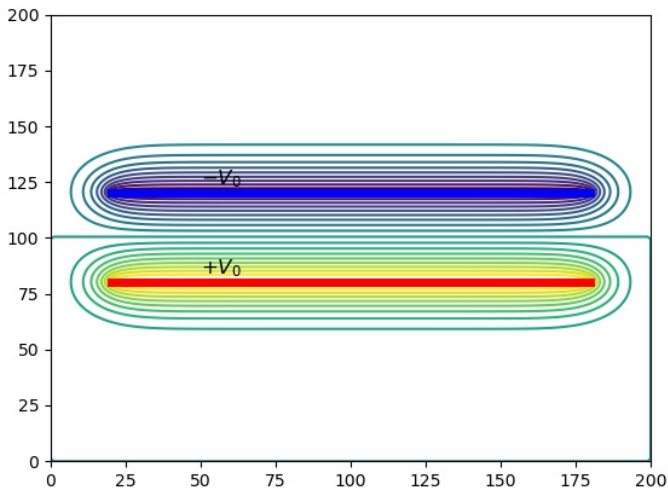
Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

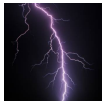
Équations
de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique



Équation de Maxwell et équation locale de conservation de la charge



Équations locales de l'électromagnétisme

Sources de champ électromagnétique

Équations de Maxwell

Équations locales dans l'ARQS

Aspect énergétique

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Équations de Maxwell dans le vide



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

.....
.....

Sources de
champ
électroma-
gnétique

.....
.....

Équations de
Maxwell

.....

Équations
locales dans
l'ARQS

.....

Aspect
énergétique

.....

.....

.....

Équation de propagation du champ électrique



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

.....
.....

Sources de
champ
électroma-
gnétique

.....
.....

Équations de
Maxwell

.....

Équations
locales dans
l'ARQS

.....

Aspect
énergétique

.....

.....

.....

Équation de propagation du champ magnétique



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

.....
.....

Sources de
champ
électroma-
gnétique

.....
.....

Équations de
Maxwell

.....

Équations
locales dans
l'ARQS

.....

Aspect
énergétique

.....
.....
.....



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

3

Équations locales dans l'ARQS



Définition

L'ARQS (Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires) consiste à négliger les temps de propagation Δt d'un signal électromagnétique devant la durée caractéristique T de variations du signal : $\Delta t \ll T$

Pour un signal se propageant sur une distance d , avec une vitesse de propagation c , $c = \frac{d}{\Delta t}$, l'ARQS est valable tant que $d \ll cT = L$ où L est une longueur caractéristique de variation du signal.

Pour un signal sinusoïdal, $T = \text{Période}$ et $L = \lambda$.

Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique



Équation de Maxwell-Ampère dans l'ARQS (magnétique)

En régime stationnaire, $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$.

En régime variable, on a vu qu'il existe deux types de sources de champ électromagnétique (les courants de conduction (\vec{j}) et les courants de déplacement $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(M, t)}{\partial t}$)

On appelle ARQS « magnétique » l'approximation qui consiste à négliger les courants de déplacement devant les courants de conduction.

Ainsi dans l'ARQS magnétique, $\text{rot } \vec{B} \approx \mu_0 \vec{j}$, le théorème d'Ampère reste donc valable en régime "lentement variable" et tous les champs \vec{B} calculés en magnétostatique restent valables.

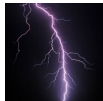
Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique



Équation de conservation de la charge dans l'ARQS (magnétique)

Dans le cas général, l'équation de conservation de la charge s'écrit :

$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Dans l'ARQS

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

Or

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{B} = 0 \quad \Rightarrow \quad \operatorname{div} \mu_0 \vec{j} = 0$$

Donc dans l'ARQS la conservation de la charge électrique se traduit localement par $\operatorname{div} \vec{j} = 0$

\Rightarrow lois de l'électrocinétique toujours valables dans l'ARQS.

Équations locales de l'électromagnétisme

Sources de champ électromagnétique

Équations de Maxwell

Équations locales dans l'ARQS

Aspect énergétique



Remarques

- ▶ L'ARQS magnétique est généralement appelé simplement ARQS car l'hypothèse consistant à négliger les courants de déplacement devant les courants de conduction dans le cas de régimes lentement variables est assez courante (induction, électrocinétique)
- ▶ On peut justifier sommairement l'écriture simplifiée de l'équation de Maxwell-Faraday dans le cas d'un circuit de longueur caractéristique d propageant un signal de période T

Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

.....

.....

.....

.....

.....

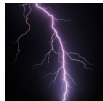
.....

.....

.....

.....

.....



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

- Il existe également une approximation appelée ARQS « électrique » qui consiste à considérer que les variations temporelles du champ électrique sont nulles.

Dans ce cas $\vec{\text{rot}} \vec{E} = \vec{0}$ comme en électrostatique.

Cette approximation permet par exemple de traiter un condensateur en régime lentement variable comme dans le cas statique.



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

4

Aspect énergétique

Puissance électromagnétique cédée à des porteurs de charge



Équations locales de l'électromagnétisme

.....
.....

Sources de champ électromagnétique

.....
.....

Équations de Maxwell

.....
.....

Équations locales dans l'ARQS

.....
.....

Aspect énergétique

.....
.....

.....

Équation locale de Poynting



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

.....
.....

Sources de
champ
électroma-
gnétique

.....
.....

Équations de
Maxwell

.....

Équations
locales dans
l'ARQS

.....

Aspect
énergétique

.....
.....
.....



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

Sources de
champ
électroma-
gnétique

Équations de
Maxwell

Équations
locales dans
l'ARQS

Aspect
énergétique

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Équations
locales de
l'électroma-
gnétisme

.....
.....

Sources de
champ
électroma-
gnétique

.....
.....

Équations de
Maxwell

.....

Équations
locales dans
l'ARQS

.....

Aspect
énergétique

.....

.....

.....