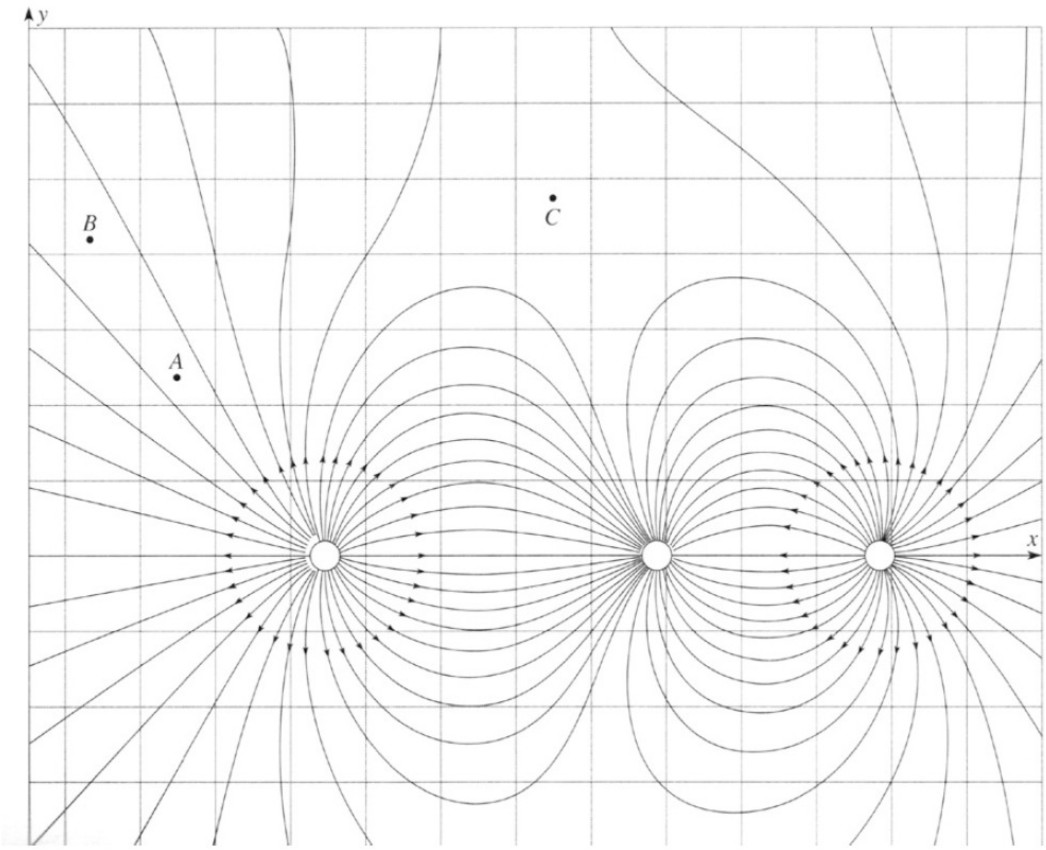
MP*/MPI* Électrostatique

Exercice 1 Carte de champ

Le schéma représente les lignes du champ électrostatique créé par des fils très longs, uniformément chargés, perpendiculaires au plan de la figure.

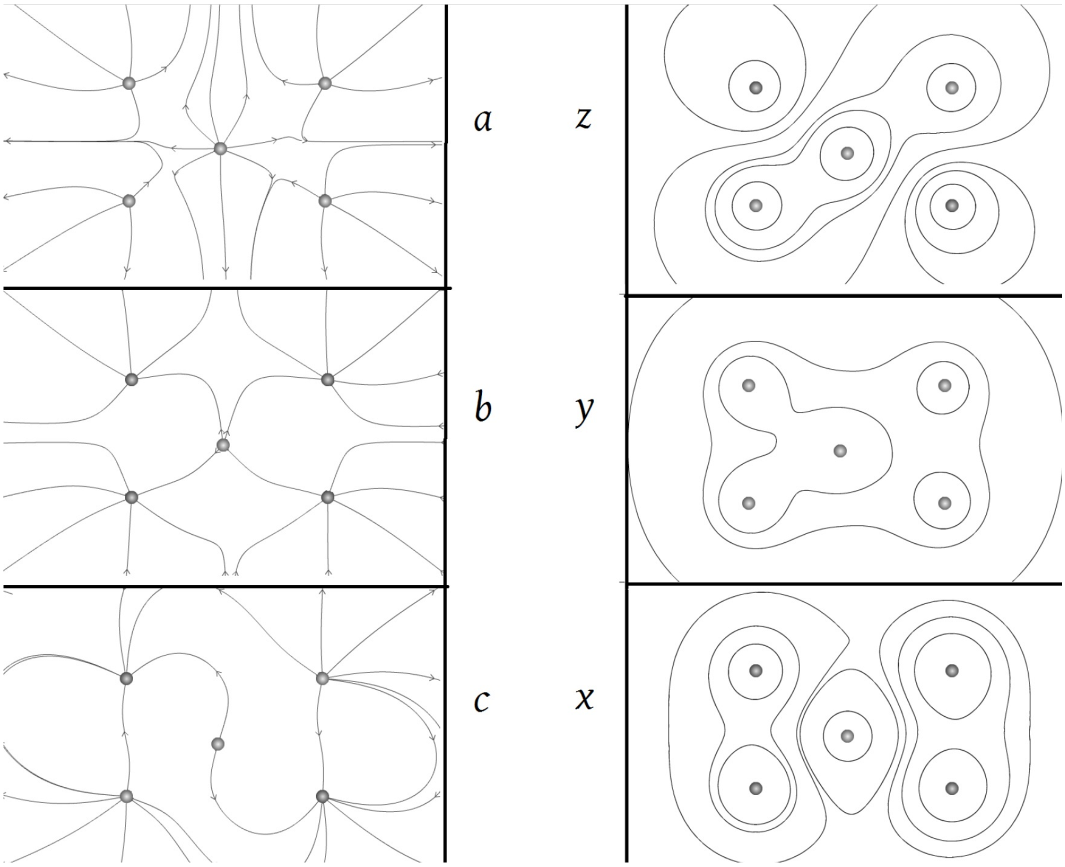
1. Où sont situés les points d'intersection des fils avec le plan du schéma ?
2. Quel est le signe de la densité linéique de charge de chacun d'entre eux ?
3. Quel est le signe de la densité linéique de charge totale ?
4. La norme du champ en A est de $100\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$. Calculer une valeur approchée du champ en B.
5. Que peut-on dire du champ au voisinage de point C ?



Exercice 2 Lignes de champ et équipotentielles

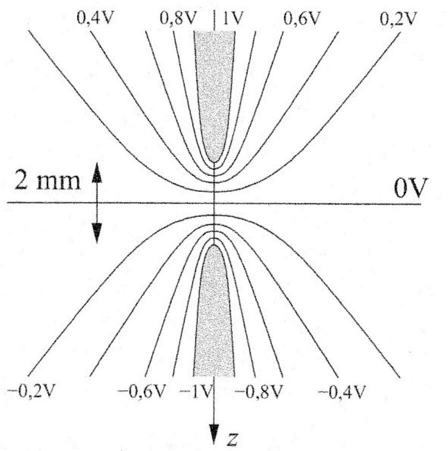
On considère une distribution de cinq charges ponctuelles (repérées par des points).

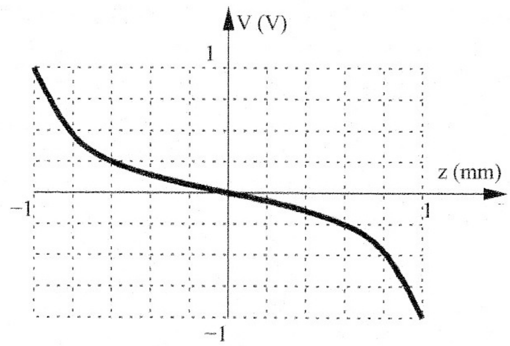
1. Les figures a, b et c ci-dessous correspondent-elles à des lignes de champ ou à des équipotentielles ?
2. Associer, en le justifiant, chaque représentation de lignes de champ à une représentation d'équipotentielles.
3. Repérer sur chaque distribution les signes opposés ou égaux des charges.



Exercice 3 Champ disruptif

Un logiciel de simulation permet de tracer l'allure des lignes équipotentielles autour de deux électrodes portées aux potentiel respectifs -1 V et $+1$ V (à gauche).Ce logiciel donne aussi le graphe des variations du potentiel V en fonction de z sur l'axe (à droite)





1. Où le champ électrique est-il maximal ?
2. Le champ disruptif est celui pour lequel on observe une étincelle correspondant à l'ionisation de l'air. Celui-ci vaut $E_r = 3,6.10^6$ V.m^{-1}. Quelle tension doit-on appliquer aux bornes du dispositif pour atteindre ce champ au centre O du dispositif ?

Exercice 4 Sphère chargée en surface

On considère une sphère de rayon R uniformément en surface. (charge surfacique σ)

1. Déterminer l'expression du champ $\overrightarrow{E}$ en tout point M de l'espace.
2. En déduire l'expression du potentiel électrostatique créé par la distribution en tout point de l'espace.
3. Tracer E(r) et V(r)

Exercice 5 Cylindre infini uniformément chargé

Un cylindre d'axe Oz et de rayon R est uniformément chargé avec une densité volumique ρ.

1. Montrer que le champ électrostatique s'écrit :

$$\vec{E}(M) = \begin{cases} \dfrac{\rho r}{2\epsilon_0}\overrightarrow{u_r} & \text{si } r < R \\ \dfrac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r}\overrightarrow{u_r} & \text{si } r > R. \end{cases}$$

2. En déduire l'expression du potentiel V en tout point de l'espace.

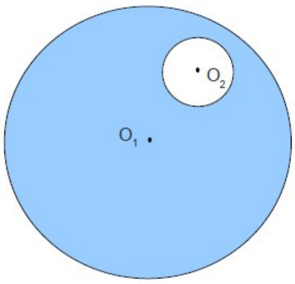
Exercice 6 Condensateur cylindrique

On considère deux cylindres de même axe $\overrightarrow{e_z}$ de rayon R_1 et $R_2 > R_1$ chargés uniformément en surface. (charge $+q$ pour le cylindre extérieur et $-q$ pour le cylindre intérieur)

1. Déterminer l'expression du champ $\overrightarrow{E}$ en tout point M de l'espace.
2. En déduire la capacité du condensateur ainsi réalisé

Exercice 7 Cavité sphérique

On considère un astre lointain, à géométrie sphérique de centre O_1 et de rayon R_1 de répartition de masse homogène avec une masse volumique ρ

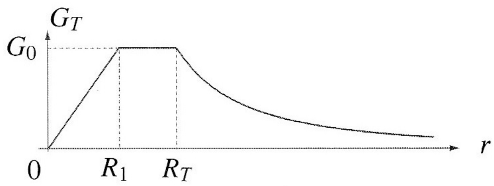


1. Quelle est l'expression du champ gravitationnel à l'extérieur de l'astre ? Commenter ce résultat.
2. Quelle est l'expression du champ gravitationnel à l'intérieur de l'astre ?
3. A l'intérieur de cet astre ce trouve une plus petite cavité de centre O_2 et de rayon R_2 considérée comme vide.
   Déterminer le champ gravitationnel à l'intérieur de cavité.

Exercice 8 Champ de gravitation terrestre

La Terre est assimilée à une boule de centre O, de rayon $R_T = 6,38.10^3$ km, de masse $M_T = 5,98.10^{24}$ kg, uniformément répartie dans tout le volume.

1. (a) Déterminer le champ gravitationnel $\vec{G_T}$ en tout point de l'espace.
   (b) Tracer $G_T = ||\vec{G_T}||$ en fonction de r.
   (c) Calculer le norme G_0 de $\vec{G_T}$ à la surface de la Terre.
2. L'étude des ondes sismiques montre que le modèle d'une masse uniformément répartie n'est pas réaliste. Le modèle décrit par la courbe ci-dessous est plus conforme aux observations, avec $R_1 = 3,50.10^3$ km :



   (a) Tracer sur le même graphe la courbe obtenue à la question précédente quand on supposait une masse volumique uniforme, en précisant soigneusement le raisonnement.
   (b) Calculer la masse volumique moyenne du noyau terrestre ($0 < r < R_1$).
   (c) Tracer l'allure de la masse volumique $\rho(r)$ de la Terre. Préciser en particulier si $\rho(r)$ est croissante ou décroissante dans le manteau terrestre ($R_1 < r < R_T$).

Exercice 9 Potentiel de Yukawa

On considère le potentiel $V(r) = \dfrac{q}{4\pi\epsilon_0 r}e^{-r/a}$ d'une distribution de charge où $q > 0$ et $a = cte > 0$, constitué du produit d'un facteur coulombien $\dfrac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ et d'un terme correctif $e^{-r/a}$ dont il s'agit de trouver l'interprétation.

1. Déterminer le champ $\overrightarrow{E}(r)$ et le flux $\Phi_\Sigma(r)$ à travers Σ, une sphère de rayon r centrée sur O. Interpréter les cas limites $r \to 0$ et $r \to \infty$.
2. En déduire $\forall r \neq 0$ la densité volumique de charge $\rho(r)$. La limite pour $r \to 0$ pose-t-elle problème ? Que représente cette étude ?
3. Quel est le potentiel $V(O)$ créé au centre par la charge répartie ? En déduire la signification de a.

Exercice 10 Énergie d'un noyau d'atome

Dans le modèle de Thomson, le noyau d'un atome de numéro atomique Z est assimilé à une boule sphérique de rayon R, de charge Ze et de densité volumique uniforme :

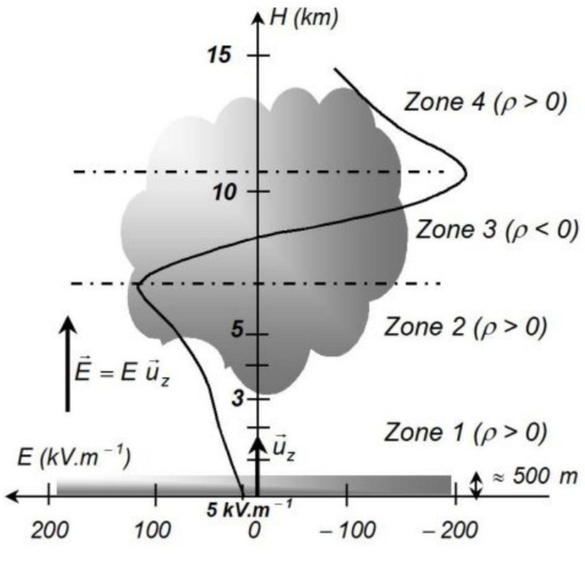
$$\rho = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

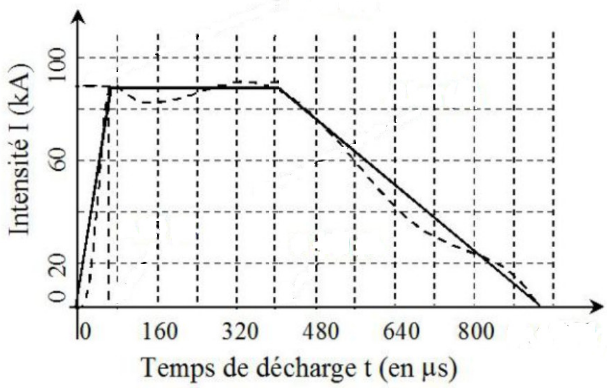
On constitue ce noyau en rassemblant autour d'un point O de l'espace des éléments de matière de charge infinitésimale venant de l'infini.

1. On suppose que le noyau, en cours de formation, possède un rayon $r < R$. Quelle est sa charge $q(r)$?
2. On note $\mathcal{E}(r)$ son énergie électrique. On fait augmenter son rayon de dr en apportant une charge dq de l'infini à la surface sphérique du noyau en construction. Déterminer l'augmentation d'énergie d$\mathcal{E}$ en fonction de r, dr, R, e, Z et ϵ_0.
3. En déduire l'expression de l'énergie $\mathcal{E}$ du noyau en fonction de R, e, Z et ϵ_0.

Exercice 11 Coup de foudre

Le champ électrique dans un nuage est essentiellement vertical et on supposera dans tout cet exercice qu'il est strictement vertical.





La figure de droite donne un exemple de profil de sa valeur algébrique, comptée positivement pour un champ dirigé vers le haut.

Le nuage est chargé et l'on peut distinguer deux zones chargées positivement et une chargée négativement.

Au voisinage du sol, se développe sur une hauteur de l'ordre de 500 m, une zone chargée positivement par ionisation de l'air due à l'effet de pointe.

La première phase d'un coup de foudre est la formation d'une prédécharge peu lumineuse appelée traceur qui progresse à travers l'air avec une vitesse relativement faible.

Cette prédécharge prend naissance d'une part au sol (coups de foudre ascendants), d'autre part dans le nuage (coups de foudre descendants).

Lorsque les traceurs se rejoignent, il s'établit une liaison conductrice entre le nuage et le sol, qui va permettre le passage d'un courant de forte intensité.

La figure suivante donne un exemple de l'intensité $I(t)$ d'un coup de foudre en fonction du temps de décharge t.

1. Évaluer la charge totale écoulée et l'intensité moyenne I_m du courant de foudre.
2. En modélisant la valeur algébrique du champ électrique, estimer la différence de potentiel U entre le sol et le bas du nuage (situé à une altitude de H_0).
3. Lors de la décharge, on admet que l'énergie électrique dissipée est celle d'un condensateur possédant la charge soumise à une tension U . Évaluer l'énergie dissipée au cours de cette décharge ainsi que la capacité du condensateur équivalent. Est-il envisageable de récupérer pratiquement cette énergie ?

Exercice 12 Électromètre

Un électromètre est constitué de deux boules métalliques identiques de masse m et de rayon r suffisamment petit pour qu'elles puissent être considérées comme ponctuelles. Elles sont suspendues à un même point O par deux fils isolants de même longueur b. Une boule notée A est fixe, le point A est sur la verticale passant par O. L'autre notée P est mobile. L'ensemble est placé dans le champ de pesanteur supposé uniforme. On donne :
$b = 12{,}0\,\mathrm{cm}$, $m = 2{,}55\,\mathrm{g}$, $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$, $\epsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F \cdot m^{-1}}$.

Dans un premier temps, la boule P n'est pas chargée et la boule A porte la charge électrique Q. On met les deux boules en contact. La charge Q se répartit de manière égale entre les deux boules. Il en résulte une déviation du fil OP d'un angle φ par rapport à la verticale.

1. Donner l'expression de l'intensité F de la force électrostatique qui s'exerce sur P. Quelle est sa direction ?
2. Déterminer l'expression de l'angle φ_e à l'équilibre.
3. Montrer que la mesure de l'angle ϕ_e à l'équilibre permet de mesurer la valeur de la charge Q.
4. On mesure $\varphi_e = 60\,°$. En déduire la valeur numérique de la charge Q.
5. Calculer l'énergie potentielle ϵ_p de P.
6. Retrouver l'expression de φ_e et étudier la stabilité de l'équilibre.

On s'aidera de la courbe suivante, où on a tracé la fonction $\mathrm{e}_p = \dfrac{\epsilon_p}{\epsilon_{ref}}$ en fonction de φ, avec $\epsilon_{ref} = \dfrac{Q^2}{32\pi\epsilon_0 b}$.